

CHUYÊN ĐỀ

# SỐ PHỨC

TRẮC NGHIỆM GIẢI TÍCH 12

BIÊN SOẠN

**NGÔ NGUYỄN**

Điện thoại: 0916.563.244

Website: [TOANMATH.com](http://TOANMATH.com)

Mail: [nhinguyenmath@gmail.com](mailto:nhinguyenmath@gmail.com)

Tài luyện thi TNQG năm 2017

## MỤC LỤC

TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	2
CÁC DẠNG BÀI TẬP.....	3
<b>CHỦ ĐỀ 1. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN SỐ PHỨC.....</b>	<b>3</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>3</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>5</b>
1. Phép toán trên số phức – số phức liên hợp – nghịch đảo.....	5
2. Tìm phần thực phần ảo của số phức.....	15
3. Tìm module của số phức.....	30
4. Tìm số phức thỏa mãn biểu thức cho trước.....	41
5. Một số dạng khác.....	50
<b>CHỦ ĐỀ 2. CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC.....</b>	<b>52</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>52</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>53</b>
<b>CHỦ ĐỀ 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TRÊN TẬP SỐ PHỨC.....</b>	<b>54</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>54</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>56</b>
<b>CHỦ ĐỀ 4. TÌM TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC Z.....</b>	<b>68</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>68</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>69</b>
<b>CHỦ ĐỀ 5. BÀI TOÁN GTNN-GTLN TRÊN TẬP SỐ PHỨC.....</b>	<b>87</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>87</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>89</b>
<b>CHỦ ĐỀ 6. DẠNG LƯỢNG GIÁC CỦA SỐ PHỨC VÀ ỨNG DỤNG.....</b>	<b>91</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>91</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>93</b>
<b>CHỦ ĐỀ 7. MỘT SỐ DẠNG TOÁN CHỨNG MINH VỀ SỐ PHỨC.....</b>	<b>95</b>
<b>I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN.....</b>	<b>95</b>
<b>II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....</b>	<b>96</b>

## TÓM TẮT LÝ THUYẾT

## I. SỐ PHỨC

**- Định nghĩa:** Số phức là số có dạng  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ ,  $i$  là đơn vị ảo, tức là  $i^2 = -1$

$a$  gọi là phần thực của  $z$ , kí hiệu  $a = \operatorname{Re} z$ .

$b$  gọi là phần ảo của  $z$ , kí hiệu  $b = \operatorname{Im} z$ .

Tập hợp các số phức kí hiệu là  $\mathbb{C}$ .

**- Các phép toán trên số phức:** Cho  $z_1 = a_1 + b_1i$ ,  $z_2 = a_2 + b_2i$ .

$$+) z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i \quad +) z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

$$+) z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = a_1a_2 + a_1b_2i + a_2b_1i + b_1b_2i^2 = a_1a_2 - b_1b_2 + (a_1b_2 + a_2b_1)i$$

$$+) \frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 + b_1i)}{(a_2 + b_2i)} = \frac{(a_1 + b_1i)(a_2 - b_2i)}{(a_2 + b_2i)(a_2 - b_2i)} = \frac{a_1a_2 - b_1b_2 + (a_2b_1 - a_1b_2)i}{a_2^2 + b_2^2}$$

**- Mô đun của số phức, số phức liên hợp, số phức nghịch đảo.**

Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó :

$$+) \text{Đại lượng } \sqrt{a^2 + b^2} \text{ gọi là mô đun của } z. \text{ Kí hiệu } |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$+) \text{Số phức } \bar{z} = a - bi \text{ gọi là số phức liên hợp của } z.$$

$$+) \text{Số phức nghịch đảo } z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z}$$

## II. DẠNG LƯỢNG GIÁC CỦA SỐ PHỨC

$$\text{-Định nghĩa: Cho } z = a + bi = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} i \right) = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \varphi + i \sin \varphi) = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (*)$$

Với  $(r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2})$ . (\*) Gọi là dạng lượng giác của số phức  $z$ ,  $\varphi$  gọi là một argumen của  $z$ .

Nhận xét: Nếu  $\varphi$  là một argumen của  $z$  thì  $\varphi + k2\pi$  cũng một argumen của  $z$ .

**-Tính chất:** Nhân và chia số phức dạng lượng giác. Cho  $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$ ;  $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$ .

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] ; \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \Rightarrow z^2 = r^2(\cos 2\varphi + i \sin 2\varphi)$$

$$z^3 = r^3(\cos 3\varphi + i \sin 3\varphi) \dots \text{Được gọi là công thức Moavơrô}$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

## CÁC DẠNG BÀI TẬP

### CHỦ ĐỀ 1. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN SỐ PHỨC

#### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Ví dụ 1:** Cho  $z_1 = 3+i, z_2 = 2-i$  Tính  $|z_1 + z_1 z_2|$

**Lời giải:**  $z_1 + z_1 z_2 = 3+i+(3+i)(2-i)=10=10+0i \Rightarrow |z_1 + z_1 z_2| = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$

**Ví dụ 2.** Tìm số phức  $z$  biết  $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$  (1)

**Lời giải:** Giả sử  $z = a+bi \Rightarrow \bar{z} = a-bi$  (1)  $\Leftrightarrow a+bi + 2(a-bi) = (2^3 + 3.2^2i + 3.2i^2 + i^3)(1-i)$

$$\Leftrightarrow a+bi + 2a-2bi = (8+12i-6-i)(1-i) = (11i+2)(1-i)$$

$$\Leftrightarrow 3a-bi = 11i-11i^2+2-2i = 13+9i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 13 \\ -b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{3} \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{13}{3} - 9i$$

**Ví dụ 3.** Cho  $z_1 = 2+3i, z_2 = 1+i$ . Tính  $|z_1 + 3z_2|; \left| \frac{z_1 + z_2}{z_2} \right|; |z_1^3 + 3z_2|$

**Lời giải**

$$+) z_1 + 3z_2 = 2+3i+3+3i = 5+6i \Rightarrow |z_1 + 3z_2| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

$$+) \frac{z_1 + z_2}{z_2} = \frac{3+4i}{1+i} = \frac{(3+4i)(1-i)}{1-i^2} = \frac{7+i}{2} \Rightarrow \left| \frac{z_1 + z_2}{z_2} \right| = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$+) z_1^3 + 3z_2 = 8+36i+54i^2+27i^3-3-3i = -49+6i \Rightarrow |z_1^3 + 3z_2| = \sqrt{2437}$$

**Ví dụ 4.** Tìm số phức  $z$  biết:  $\bar{z} + 3z = (3-2i)^2(2+i)$  (1)

**Lời giải:** Giả sử  $z = a+bi$ , ta có:

$$(1) \Leftrightarrow a-bi + 3a+3bi = (9-12i+4i^2)(2+i) = (5-12i).(2+i)$$

$$\Leftrightarrow 4a+2bi = 10-24i+5i-12i^2 = 22-19i \Leftrightarrow a = \frac{11}{2}; b = \frac{-19}{2}. \text{ Vậy } z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$$

**Ví dụ 5.** Tìm phần ảo của  $z$  biết:  $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i)$  (1)

**Lời giải:** Giả sử  $z = a+bi$

$$(1) \Leftrightarrow a+bi + 3a-3bi = (8+12i+6i^2+i^3)(2-i) = (2+11i).(2-i)$$

$$\Leftrightarrow 4a-2bi = 4-2i+22i-11i^2 = 20i+15 \Leftrightarrow a = \frac{15}{4}; b = -10. \text{ Vậy phần ảo của } z \text{ bằng } -10$$

**Ví dụ 6.** Tìm môđun của  $z$  biết  $z + 2\bar{z} = \frac{(1-i\sqrt{2})(1+i)^2}{2-i}$  (1)

**Lời giải:** (1)  $\Leftrightarrow a+bi+2a-2bi = \frac{(1-i\sqrt{2})(1+2i+i^2)}{2-i} = \frac{2i-2\sqrt{2}i^2}{2-i}$

$$\Leftrightarrow 3a-bi = \frac{(2i+2\sqrt{2})(2+i)}{4-i^2} = \frac{i(4+2\sqrt{2})+4\sqrt{2}-2}{5}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{4\sqrt{2}-2}{15}; b = \frac{-4-2\sqrt{2}}{5} \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{32+4-16\sqrt{2}+144+72+144\sqrt{2}}{225}} = \frac{\sqrt{225+128\sqrt{2}}}{15}$$

**Ví dụ 7. (A+A<sub>1</sub> 2012)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$  (1)

Tính môđun của số phức  $\omega = 1+z+z^2$ .

**Lời giải:** Giả sử  $z=a+bi$ , (1)  $\Leftrightarrow \frac{5(a-bi+i)}{a+bi+1} = 2-i \Leftrightarrow 5a-5i(b-1) = 2a+2bi+2-ai-bi^2-i$   
 $\Leftrightarrow 3a-2-b-i(5b-5-2b+a+1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2-b=0 \\ 3b+a-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow z=1+i. \text{ Vậy } \omega = 1+1+i+1+2i-1 = 2+3i \Rightarrow |\omega| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

**Ví dụ 8. (D-2012)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$  (1)

Tìm môđun của số phức  $\omega = z+1+i$

**Lời giải:** Giả sử  $z = a+bi$ , (1)  $\Leftrightarrow (2+i)(a+bi) + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i \Leftrightarrow 2a+2bi+ai+bi^2 + \frac{2(1+2i)(1-i)}{1+i^2} = 7+8i$

$$\Leftrightarrow 2a+2bi+ai-bi+1-i+2i-2i^2 = 7+8i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b+3=7 \\ 2b+a+1=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}. \text{ Do đó } \omega = 3+2i+1+i = 4+3i$$

$$\Rightarrow |\omega| = \sqrt{16+9} = 5.$$

**Ví dụ 9. (A-2011)** Tìm tất cả các số phức  $z$ , biết  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$  (1)

**Lời giải:** (1)  $\Leftrightarrow (a+bi)^2 = a^2+b^2+a-bi \Leftrightarrow a^2+b^2i^2+2abi = a^2+b^2+a-bi$

$$\Leftrightarrow 2b^2+a-bi-2abi=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2+a=0 \\ b+2ab=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2}; b=\frac{1}{2} \\ b=0; a=0 \\ a=\frac{-1}{2}; b=\frac{-1}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } z=0; z=\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}i; z=\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}i$$

**Ví dụ 10. (A-2011)** Tính môđun của số phức  $z$  biết:  $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$  (1)

**Lời giải:** (1)  $\Leftrightarrow (2a+2bi-1)(1+i) + (a-bi+1)(1-i) = 2-2i$

$$\Leftrightarrow 2a + 2ai + 2bi + 2bi^2 - 1 - i + a - ai - bi + bi^2 + 1 - i = 2 - 2i$$

$$\Leftrightarrow 3a - 3ba + ai + bi - 2i = 2 - 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 2 \\ a + b - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{-1}{3} \end{cases} \text{ Suy ra } |z| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

**Ví dụ 11.** Tìm các số nguyên  $x, y$  sao cho số phức  $z = x + iy$  thỏa mãn  $z^3 = 18 + 26i$

**Lời giải:** Ta có  $(x + iy)^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases} \Rightarrow 18(3x^2y - y^3) = 26(x^3 - 3xy^2)$

Giải phương trình bằng cách đặt  $y = tx$  ta được  $t = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3, y = 1$ . Vậy  $z = 3 + i$ .

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

### 1. Phép toán trên số phức - số phức liên hợp - nghịch đảo

**Câu 1.** Tính  $z = (1 + 2i)^3 + (3 - i)^2$

- A.  $-3 + 8i$                       B.  $-3 - 8i$                       C.  $3 - 8i$                       D.  $3 + 8i$

**Câu 2.** Tính  $z = \frac{(3 - 2i)(6 + 2i)}{1 + i}$

- A.  $8 + 14i$                       B.  $8 - 14i$                       C.  $-8 + 13i$                       D.  $14i$

**Câu 3.** Tính  $z = (2i - 1)(3 - i)(6 - i)$

- A.  $1$                                   B.  $43i$                                   C.  $1 + 43i$                                   D.  $1 - 43i$

**Câu 4.** Cho  $z_1 = (3 - 2i)^2, z_2 = (1 + i)^2$ , giá trị của  $A = \overline{z_1 + z_2}$  là

- A.  $5 - 10i$                       B.  $-5 - 10i$                       C.  $5 + 10i$                       D.  $-5 + 10i$

**Câu 5.** Cho  $z_1 = (3 + 2i)^3, z_2 = (2 - i)^2$ , giá trị của  $A = \overline{z_1} + \overline{z_2}$  là

- A.  $-6 - 42i$                       B.  $-8 - 24i$                       C.  $-8 + 42i$                       D.  $6 + 42i$

**Câu 6.** Cho  $z = 1 + 2i$ , giá trị của  $A = \overline{z} \cdot z + z^2 + \overline{z}^2$  là

- A.  $1$                                   B.  $-1$                                   C.  $i$                                   D.  $-i$

**Câu 7.** Cho hai số phức  $z_1 = 3 + i, z_2 = 2 - i$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1 + z_1 z_2|$  là:

- A.  $0$ .                                  B.  $10$ .                                  C.  $-10$                                   D.  $100$ .

**Câu 8.** Cho hai số phức thỏa  $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 + i$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1 + 3z_2|$  là:

- A.  $5$ .                                  B.  $6$ .                                  C.  $\sqrt{61}$                                   D.  $\sqrt{55}$ .

**Câu 9.** Tính  $z = \frac{1+i^{2017}}{2+i}$ .

- A.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$                       B.  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$                       C.  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$                       D.  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$

**Câu 10.** Giá trị của  $P = (1 - \sqrt{3}i)^2 + (1 + \sqrt{3}i)^2$  bằng:

- A. -1                                  B. 8                                  C.  $-4\sqrt{3}i$                       D. 1

**Câu 11.** Giá trị của  $Q = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$  bằng :

- A.  $i$                                   B.  $-i$                                   C. 1                                  D. -1

**Câu 12.** Cho 2 số phức  $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$ ;  $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$ . Khi đó  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng :

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$                       B.  $\frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$                       C.  $\frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$                       D.  $\frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$

**Câu 13.** Cho  $z = -i$ . Tính  $A = z^3 + \frac{1}{z^3}$

- A. -i                                  B. 0                                  C. 2i                                  D. 2

**Câu 14.** Kết quả  $A = i^5$  là :

- A. 1                                  B. -i                                  C. i                                  D. -1

**Câu 15.** Cho số phức  $z = 2i$ . Lựa chọn phương án đúng :

- A.  $z^2 = \frac{1}{4}$                       B.  $|z| - 2 = 4$                       C.  $z^3 + \frac{1}{z} + z = \frac{-13i}{2}$                       D.  $z^6 = 64$

**Câu 16.** Cho  $z_1 = 2i\sqrt{3}$ ,  $z_2 = 1 + i$ . Khi đó  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng :

- A.  $\sqrt{3}(i - 1)$                       B.  $-\sqrt{3}(i + 1)$                       C.  $\sqrt{3}(1 - i)$                       D.  $\sqrt{3}(i + 1)$

**Câu 17.** Giá trị của biểu thức  $A = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$  bằng :

- A. 2                                  B. -2                                  C. 0                                  D. 2i

**Câu 18.** Giá trị của biểu thức  $A = (1 + i\sqrt{3})^6$  là :

- A. Một số nguyên dương                      B. Một số nguyên âm  
C. Một số ảo                                  D. Số 0

**Câu 19.** Thu gọn  $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$  ta được

- A.  $z = 1 + 2i$                       B.  $z = -1 - 2i$                       C.  $z = 5 + 3i$                       D.  $z = -1 - i$

**Câu 20.** Thu gọn  $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$  ta được:

- A.  $z = -7 + 6\sqrt{2}i$                       B.  $z = 11 - 6i$                       C.  $z = 4 + 3i$                       D.  $z = -1 - i$

**Câu 21.** Thu gọn  $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$  ta được:

- A.  $z = 4$                       B.  $z = 13$                       C.  $z = -9i$                       D.  $z = 4 - 9i$

**Câu 22.** Thu gọn  $z = i(2 - i)(3 + i)$  ta được:

- A.  $z = 2 + 5i$                       B.  $z = 1 + 7i$                       C.  $z = 6$                       D.  $z = 5i$

**Câu 23.** Số phức  $z = (1 + i)^3$  bằng:

- A.  $-2 + 2i$                       B.  $4 + 4i$                       C.  $3 - 2i$                       D.  $4 + 3i$

**Câu 24.** Nếu  $z = 2 - 3i$  thì  $z^3$  bằng:

- A.  $-46 - 9i$                       B.  $46 + 9i$                       C.  $54 - 27i$                       D.  $27 + 24i$

**Câu 25.** Số phức  $z = (1 - i)^4$  bằng:

- A.  $2i$                       B.  $4i$                       C.  $-4$                       D.  $4$

**Câu 26.** Số phức nghịch đảo của số phức  $z = 1 - \sqrt{3}i$  là:

- A.  $z^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $z^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$                       C.  $z^{-1} = 1 + \sqrt{3}i$                       D.  $z^{-1} = -1 + \sqrt{3}i$

**Câu 27.** Số phức  $z = \frac{3-4i}{4-i}$  bằng:

- A.  $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$                       B.  $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$                       C.  $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$                       D.  $\frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$

**Câu 28.** Thu gọn số phức  $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i}$  ta được:

- A.  $z = \frac{21}{26} + \frac{61}{26}i$                       B.  $z = \frac{23}{26} + \frac{63}{26}i$                       C.  $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$                       D.  $z = \frac{2}{13} + \frac{6}{13}i$

**Câu 29.** Cho số phức  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Số phức  $(\bar{z})^2$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       C.  $1 + \sqrt{3}i$                       D.  $\sqrt{3} - i$

**Câu 30.** Cho số phức  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Số phức  $1 + z + z^2$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $2 - \sqrt{3}i$                       C.  $1$                       D.  $0$

**Câu 31.** Tổng  $i^k + i^{k+1} + i^{k+2} + i^{k+3}$  bằng:

- A.  $i$                       B.  $-i$                       C.  $1$                       D.  $0$

**Câu 32.** Cho  $P(z) = z^3 + 2z^2 - 3z + 1$ . Khi đó  $P(1 - i)$  bằng:

- A.  $-4 - 3i$                       B.  $2 + i$                       C.  $3 - 2i$                       D.  $4 + i$

**Câu 33.** Tính  $(1 - i)^{20}$ , ta được:



- A. -1024                      B. 1024i                      C. 512(1 + i)                      D. 512(1 - i)

**Câu 34.** Đẳng thức nào trong các đẳng thức sau đây là đúng?

- A.  $(1 + i)^8 = -16$                       B.  $(1 + i)^8 = 16i$                       C.  $(1 + i)^8 = 16$                       D.  $(1 + i)^8 = -16i$

**Câu 35.** Thu gọn  $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$  ta được:

- A.  $z = 11 - 6i$                       B.  $z = -1 - i$                       C.  $z = 4 + 3i$                       D.  $z = -7 + 6\sqrt{2}i$

**Câu 36.** Kết quả của phép tính  $(a + bi)(1 - i)$  ( $a, b$  là số thực) là:

- A.  $a + b + (b + a)i$                       B.  $a + b + (b - a)i$                       C.  $a - b + (b - a)i$                       D.  $-a + b + (b - a)i$

**Câu 37.** Rút gọn biểu thức  $z = i(2 - i)(3 + i)$  ta được:

- A.  $z = 6$                       B.  $z = 1 + 7i$                       C.  $z = 2 + 5i$                       D.  $z = 5i$

**Câu 38.** Rút gọn biểu thức  $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$  ta được:

- A.  $z = 1 + 2i$                       B.  $z = -1 - i$                       C.  $z = -1 - i$                       D.  $z = 5 + 3i$

**Câu 39.** Thực hiện các phép tính sau:  $B = \frac{3 - 4i}{(1 - 4i)(2 + 3i)}$ .

- A.  $\frac{3 + 4i}{14 - 5i}$                       B.  $\frac{62 - 41i}{221}$                       C.  $\frac{62 + 41i}{221}$                       D.  $\frac{-62 - 41i}{221}$

**Câu 40.** Số phức  $z = (1 + i)^3$  bằng:

- A.  $z = 3 - 2i$                       B.  $z = -2 + 2i$                       C.  $z = 4 + 4i$                       D.  $z = 4 + 3i$

**Câu 41.** Thu gọn  $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$  ta được:

- A.  $z = 4$                       B.  $z = -9i$                       C.  $z = 4 - 9i$                       D.  $z = 13$

**Câu 42.** Thực hiện các phép tính sau:  $A = (2 - 3i)(1 + 2i) + \frac{4 - i}{3 + 2i}$ ;

- A.  $\frac{-114 - 2i}{13}$                       B.  $\frac{114 + 2i}{13}$                       C.  $\frac{114 - 2i}{13}$                       D.  $\frac{-114 + 2i}{13}$

**Câu 43.** Số phức  $z = \frac{3 - 4i}{4 - i}$  bằng:

- A.  $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$                       B.  $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$                       C.  $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$                       D.  $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$

**Câu 44.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$  có dạng  $a + bi$  khi đó  $\frac{a}{b}$  bằng:

- A. -5                      B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $-\frac{1}{5}$                       D. 5

**Câu 45.** Thu gọn  $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$  ta được:

- A.  $z = 5 + 3i$       B.  $z = -1 - 2i$       C.  $z = 1 + 2i$       D.  $z = -1 - i$

**Câu 46.** Thu gọn  $z = i(2 - i)(3 + i)$  ta được:

- A.  $z = 2 + 5i$       B.  $z = 5i$       C.  $z = 6$       D.  $z = 1 + 7i$

**Câu 47.** Kết quả của phép tính  $(2 - 3i)(4 - i)$  là:

- A.  $6 - 14i$       B.  $-5 - 14i$       C.  $5 - 14i$       D.  $5 + 14i$

**Câu 48.** Số phức  $z = (1 + i)^3$  bằng:

- A.  $4 + 3i$       B.  $3 - 2i$       C.  $4 + 4i$       D.  $-2 + 2i$

**Câu 49.** Cho  $z = (1 - 2i)(1 + i)$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

- A.  $-3 + i$       B.  $3 + i$       C.  $1 - 3i$       D.  $3 - i$

**Câu 50.** Cho số phức :  $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ . Kết luận nào sau đây là sai?

- A.  $z^3 = 64$       B.  $\frac{1}{z} = \frac{\sqrt{3}}{8}i + \frac{1}{8}$   
 C. Bình phương của số phức  $\sqrt{3} - i$  là  $z$       D. Số phức liên hợp của  $z$  là  $2(1 + \sqrt{3}i)$

**Câu 51.** Viết số phức  $\frac{(2-i)^2 + (1-2i)^3}{3-i}$  dưới dạng đại số

- A.  $2i - 13$       B.  $2i - 11$       C.  $-11 - 14i$       D.  $2i + 13$

**Câu 52.** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{z+2i}{z-2i}$  với  $z = 1 - 3i$

- A.  $\frac{3-2i}{13}$       B.  $\frac{3+2i}{13}$       C.  $\frac{2+3i}{13}$       D.  $\frac{6+4i}{13}$

**Câu 53.** Cho số phức  $z_1 = 1 + 3i$ ,  $z_2 = 2 - i$ , giá trị của  $A = (2z_1 - \bar{z}_2)(\bar{z}_1 + 3z_2)$  là

- A.  $30 - 35i$       B.  $30 + 35i$       C.  $35 + 30i$       D.  $35 - 30i$

**Câu 54.** Tìm  $\bar{z}$  biết  $z = \frac{3i-2}{i+1}$

- A.  $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$       B.  $\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$       C.  $-\frac{1}{2}i + \frac{5}{2}$       D.  $\frac{1}{2}i + \frac{5}{2}$

**Câu 55.** Tìm  $\bar{z}$  biết  $z = \frac{(3i+1)(i+2)}{2-i}$

- A.  $-\frac{9}{5} + \frac{13}{5}i$       B.  $-\frac{9}{5} - \frac{13}{5}i$       C.  $\frac{9}{5} - \frac{13}{5}i$       D.  $\frac{9}{5} + \frac{13}{5}i$

**Câu 56.** Tìm  $A = \overline{\left(\frac{1-2i}{3-i}\right)}$

- A.  $\frac{1}{2} - i/2$       B.  $\frac{1}{2} + i/2$       C.  $-1/2 + i/2$       D.  $-1/2 - i/2$

**Câu 57.** Số phức nghịch đảo của số phức  $z = 1 - \sqrt{3}i$  là:

- A.  $z^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$       B.  $z^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$       C.  $z^{-1} = 1 + \sqrt{3}i$       D.  $z^{-1} = -1 + \sqrt{3}i$

**Câu 58.** Số phức  $z = \frac{3-4i}{4-i}$  bằng:

- A.  $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$       B.  $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$       C.  $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$       D.  $\frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$

**Câu 59.** Thu gọn số phức  $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i}$  ta được:

- A.  $z = \frac{21}{26} + \frac{61}{26}i$       B.  $z = \frac{23}{26} + \frac{63}{26}i$       C.  $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$       D.  $z = \frac{2}{13} + \frac{6}{13}i$

**Câu 60.** Cho 3 số phức  $z_1 = 1 - i$ ;  $z_2 = -1 + i$ ;  $z_3 = 1 + i$ . Lựa chọn phương án đúng :

- A.  $\overline{z_1} = \overline{z_2}$       B.  $z_3 = |z_1|$       C.  $\overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$       D.  $|z_3| = 2$

**Câu 61.** Cho số phức  $z = -3 - (3\sqrt{3})i$ . Số phức liên hợp với số phức  $z$  là :

- A.  $\bar{z} = 3 - 3\sqrt{3}i$       B.  $\bar{z} = 3 + 3\sqrt{3}i$       C.  $\bar{z} = -3 + 3\sqrt{3}i$       D.  $\bar{z} = -3\sqrt{3} - 3i$

**Câu 62.** Cho hai số phức  $z_1 = (1 - i)(2i - 3)$  và  $z_2 = (1 + i)(3 - 2i)$ . Lựa chọn phương án đúng :

- A.  $z_1 z_2 \in R$       B.  $z_1 / z_2 \in R$       C.  $z_1 \overline{z_2} \in R$       D.  $z_1 - 5z_2 \in R$

**Câu 63.** Số phức nào sau đây là số thực?

- A.  $z = \frac{1-2i}{3-4i} + \frac{1+2i}{3-4i}$       B.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} - \frac{1-2i}{3+4i}$       C.  $z = \frac{1-2i}{3-4i} - \frac{1+2i}{3+4i}$       D.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} + \frac{1-2i}{3+4i}$

**Câu 64.** Số phức liên hợp của số phức  $z = a + bi$  là số phức:

- A.  $z' = -a + bi$       B.  $z' = b - ai$       C.  $z' = -a - bi$       D.  $z' = a - bi$

**Câu 65.** Cho số phức  $z = 1 - i$ . Lựa chọn phương án đúng :

- A.  $z^3 = 2 - 2i$       B.  $z^3 = 2 + 2i$       C.  $z^3 = -2 - 2i$       D.  $z^3 = -2 + 2i$

**Câu 66.** Cho số phức  $z = 3(2+3i) - 4(2i-1)$ . Nhận xét nào sau đây về số phức liên hợp của  $z$  là đúng:

- A.  $\bar{z} = 10 - i$       B.  $\bar{z} = 10 + i$       C.  $\bar{z} = i - 10$       D.  $\bar{z} = 3(2+3i) + 4(2i-1)$

**Câu 67.** Tính  $(1 - i)^6$  ta được kết quả là:

- A.  $-4 - 4i$       B.  $4 + 4i$       C.  $8i$       D.  $4 - 4i$

**Câu 68.** Đẳng thức nào sau đây là đúng ?

- A.  $1 + i^8 = 16$       B.  $1 + i^8 = 16i$       C.  $1 + i^8 = -16$       D.  $1 + i^8 = -16i$

**Câu 69.** Tính  $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^7$  ta được kết quả viết dưới dạng đại số là :

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$       B.  $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$       D.  $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 70.** Tích 2 số phức  $z_1 = 1 + 2i$  và  $z_2 = 3 - i$

- A. 5      B.  $3 - 2i$       C.  $5 - 5i$       D.  $5 + 5i$

**Câu 71.** Tổng của hai số phức  $3 + i; 5 - 7i$  là

- A.  $8 + 8i$       B.  $8 - 8i$       C.  $8 - 6i$       D.  $5 - 6i$

**Câu 72.** Dạng đơn giản của biểu thức  $(3 - i) + (2 - 6i)$  là

- A.  $3 - 9i$       B.  $2 + 4i$       C.  $1 + 5i$       D.  $1 - 5i$

**Câu 73.** Biết số phức  $z = 3 - 4i$ . Số phức  $\frac{25i}{z}$  là:

- A.  $-4 + 3i$       B.  $-4 - 3i$       C.  $4 - 3i$       D.  $4 + 3i$

**Câu 74.** Xét các kết quả sau:

(1)  $i^3 = i$       (2)  $i^4 = i$       (3)  $(i + 1)^3 = -2 + i$

Trong ba kết quả trên, kết quả nào sai

- A. Chỉ (3) sai      B. Chỉ (2) sai      C. Chỉ (1) và (2) sai      D. Chỉ (1) sai

**Câu 75.** Tổng 2 số phức  $1 + i$  và  $\sqrt{3} + i$

- A.  $1 + \sqrt{3}$       B.  $2i$       C.  $1 + \sqrt{3} + i$       D.  $1 + \sqrt{3} + 2i$

**Câu 76.** Cho 2 số phức  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = 1 - i$ . Hiệu  $z_1 - z_2$

- A.  $1 + i$       B. 1      C.  $2i$       D.  $1 + 2i$   
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**Câu 77.** Tính  $(3 + 4i) - (2 - 3i)$  ta được kết quả:

- A.  $3 - i$       B.  $5 + 7i$       C.  $1 + 7i$       D.  $1 - i$

**Câu 78.** Đẳng thức nào đúng

- A.  $(1 + i)^4 = 4$       B.  $(1 + i)^4 = 4i$       C.  $(1 + i)^8 = -16$       D.  $(1 + i)^8 = 16$

**Câu 79.** Cho số phức  $z = 2i + 3$  khi đó  $\frac{z}{\bar{z}}$  bằng :

- A.  $z = \frac{5 + 12i}{-13}$       B.  $z = \frac{5 - 12i}{-13}$       C.  $z = \frac{5 + 6i}{11}$       D.  $z = \frac{5 - 6i}{11}$

**Câu 80.** Số  $|12 - 5i|$  bằng:

- A. -12.5                      B.  $\sqrt{7}$                       C. 13                      D.  $\sqrt{119}$

**Câu 81.** Tìm đẳng thức đúng

- A.  $(1+i)^8 = 16i$                       B.  $(1+i)^8 = -16$                       C.  $(1+i)^8 = -16i$                       D.  $(1+i)^8 = 16$

**Câu 82.** Giá trị biểu thức  $(1-i\sqrt{3})^6$  bằng

- A. 64                      B.  $2^5$                       C.  $2^4$                       D. Kết quả khác

**Câu 83.** Tích số  $(3+3i)(2-3i)$  có giá trị bằng:

- A.  $-3+3i$                       B.  $6+8i$                       C.  $15-3i$                       D.  $6-8i$

**Câu 84.** Tích  $(3+4i) - (2-3i)$  ta được kết quả là :

- A.  $1+7i$                       B.  $1-7i$                       C.  $5+7i$                       D.  $3-7i$

**Câu 85.** Tính  $\frac{z_1}{z_2}$ , với  $z_1 = 1+2i$  và  $z_2 = 2-i$

- A.  $1-i$                       B.  $-i$                       C.  $1+i$                       D.  $I$

**Câu 86.** Nghịch đảo của số phức  $-5-2i$  là:

- A.  $-\frac{5}{\sqrt{29}} + \frac{2}{\sqrt{29}}i$                       B.  $\frac{5}{29} - \frac{2}{29}i$                       C.  $-\frac{5}{29} + \frac{2}{29}i$                       D.  $\frac{5}{\sqrt{29}} - \frac{2}{\sqrt{29}}i$

**Câu 87.** Dạng đơn giản của biểu thức  $(4-3i) + (2+5i)$  là :

- A.  $1+7i$                       B.  $6+2i$                       C.  $6-8i$                       D.  $1-7i$

**Câu 88.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 1+i$

- A.  $-1-i$                       B.  $1+i$                       C.  $-1+i$                       D.  $1-i$

**Câu 89.** Cho hai số phức  $z_1 = 1+2i; z_2 = 2-3i$ . Tổng của hai số phức là :

- A.  $3-i$                       B.  $3+i$                       C.  $3+5i$                       D.  $3-5i$

**Câu 90.** Trừ hai số  $-2i$  và  $-7$  ta được kết quả:

- A. Không trừ được                      B.  $-2i-7$                       C.  $7-2i$                       D.  $0+i$

**Câu 91.** Tính số phức  $(3+3i)(2-3i)$  có giá trị bằng :

- A.  $15-3i$                       B.  $6-8i$                       C.  $6+8i$                       D.  $-3+3i$

**Câu 92.** Số nào sau đây bằng số  $(2-i)(3+4i)$

- A.  $5+4i$                       B.  $6+11i$                       C.  $10+5i$                       D.  $6+i$

**Câu 93.** Đẳng thức nào là đẳng thức đúng ?

- A.  $i^{2005} = 1$                       B.  $i^{1977} = -1$                       C.  $i^{2006} = -i$                       D.  $i^{2345} = i$

**Câu 94.** Cho số phức  $z = 2i + 3$  khi đó  $\frac{z}{\bar{z}}$  bằng:

- A.  $\frac{5-12i}{13}$       B.  $\frac{5+6i}{11}$       C.  $\frac{5+12i}{13}$       D.  $\frac{5-6i}{11}$

**Câu 95.** Số phức liên hợp của  $z = (1+i)(3-2i) + \frac{1}{3+i}$  là:

- A.  $\bar{z} = -\frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$       B.  $\bar{z} = \frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$       C.  $\bar{z} = \frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$       D.  $\bar{z} = -\frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$

**Câu 96.** Số phức nghịch đảo của số phức  $z = 3 + 4i$  là:

- A.  $z = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$       B.  $z = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$       C.  $z = \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$       D.  $z = \frac{4}{25} - \frac{3}{25}i$

**Câu 97.** Cho  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ , tính  $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$ .

- A. 4      B. 0      C. 3      D. 1

**Câu 98.** Tính số phức  $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$ :

- A.  $1 + i$       B.  $2 + 2i$       C.  $2 - 2i$       D.  $1 - i$

**Câu 99.** Cho các mệnh đề  $i^2 = -1$ ,  $i^{12} = 1$ ,  $i^{112} = 1$ ,  $i^{1122} = 1$ . Số mệnh đề đúng là:

- A. 3      B. 0      C. 1      D. 4

**Câu 100.** Rút gọn biểu thức  $z = i(2-i)(3+i)$  ta được:

- A.  $z = 6$       B.  $z = 1 + 7i$       C.  $z = 2 + 5i$       D.  $z = 5i$

**Câu 101.** Rút gọn biểu thức  $z = i + (2-4i) - (3-2i)$  ta được:

- A.  $z = 1 + 2i$       B.  $z = -1 - i$       C.  $z = 5 + 3i$       D.  $z = -1 - 2i$

**Câu 102.** Số phức  $z = (1+i)^3$  bằng:

- A.  $z = 4 + 3i$       B.  $z = -2 + 2i$       C.  $z = 3 - 2i$       D.  $z = 4 + 4i$

**Câu 103.** Cho  $z = 5 - 3i$ . Tính  $(\bar{z})^2$  ta được kết quả:

- A.  $25 + 9i$       B.  $25 - 9i$       C.  $16 + 30i$       D.  $16 - 30i$

**Câu 104.** Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.  $(2+3i)(1-2i) = -4-i$       B.  $\frac{2+i}{i} = 1-i$

C. Số phức liên hợp của  $6i+1$  là  $6i-1$       D.  $i^3+i^2+i+1=0$

**Câu 105.** Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A.  $(1+i)^8 = -16$       B.  $(1+i)^8 = 16$       C.  $(1+i)^8 = 16i$       D.  $(1+i)^8 = -16i$

**Câu 106.** Cho  $z = 5 - 3i$ . Tính  $\frac{1}{2i}(z - \bar{z})$  ta được kết quả:

A.  $-3i$       B.  $0$       C.  $-3$       D.  $-6i$

**Câu 107.** Đẳng thức nào trong các đẳng thức sau là đúng ?

A.  $(1+i)^8 = 16$       B.  $(1+i)^8 = 16i$       C.  $(1+i)^8 = -16$       D.  $(1+i)^8 = -16i$

**Câu 108.** Số  $\frac{1}{1+i}$  bằng

A.  $\frac{1}{2}(1-i)$       B.  $1-i$       C.  $1+i$       D.  $i$

**Câu 109.** Tính  $(1-i)^6$  ta được kết quả:

A.  $4-4i$       B.  $4+4i$       C.  $8i$       D.  $-4-4i$

**Câu 110.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn :  $3(z+1-i) = 2i(\bar{z}+2)$ . Khi đó giá trị của  $|z(1+i)+5|$  là :

A.  $4$       B.  $\sqrt{29}$       C.  $5$       D.  $6$

**Câu 111.** Số phức  $z = \frac{3-4i}{4-i}$  bằng:

A.  $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$       B.  $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$       C.  $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$       D.  $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$

**Câu 112.** Số phức liên hợp của số phức  $z = \frac{(2+i)^3 + (2-i)^3}{(2+i)^3 - (2-i)^3}$  là:

A.  $-\frac{2}{11}i$       B.  $2+i$       C.  $2-i$       D.  $\frac{2}{11}i$

**Câu 113.** Cho  $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

A.  $1-i\sqrt{3}$       B.  $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $1+i\sqrt{3}$

**Câu 114.** Cho  $z_1 = 2 + 3i; z_2 = 1 + i;$  tính:  $\left| \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} \right|$

- A.  $\sqrt{85}$                       B.  $\frac{61}{5}$                       C. 85                      D.  $\sqrt{\frac{85}{25}}$

**2. Tìm phần thực phần ảo của số phức**

**Câu 1.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số  $z + z'$  luôn là:

- A. Số thực                      B. Số ảo                      C. 0                      D. 2

**Câu 2.** Cho số phức  $z = a + bi$  với  $b \neq 0$ . Số  $z - \bar{z}$  luôn là:

- A. Số thực                      B. Số ảo                      C. 0                      D. i

**Câu 3.** Phần ảo của số phức  $z = \frac{(1-2i)^2}{(3+i)(2+i)}$

- A.  $-1/10$                       B.  $-7/10$                       C.  $-i/10$                       D.  $7/10$

**Câu 4.** Tìm phần thực của số phức  $z = \frac{2-3i}{(1-i)(2+i)}$

- A.  $9/10$                       B.  $-7/10$                       C.  $-9/10$                       D.  $-7i/10$

**Câu 5.** Phần thực và ảo của số phức  $z = \frac{2i(1-3i)}{(1+i)^2}$  lần lượt là:

- A.  $-3; 1$                       B.  $1; 3$                       C.  $-3; -1$                       D.  $1; -3$

**Câu 6.** Phần thực của số phức  $z = \frac{3-i}{2+i} + \frac{3+2i}{1-i}$  là

- A.  $2/3$                       B.  $3/2$                       C.  $-1/2$                       D.  $-3/2$

**Câu 7.** Phần ảo của số phức  $z = \frac{3-i}{2-i} - \frac{3-2i}{1-i}$  là

- A.  $-11/10$                       B.  $-3/10$                       C.  $-3i/10$                       D.  $-11i/10$

**Câu 8.** Phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$  là:

- A. 13.                      B.  $-13.$                       C.  $-9.$                       D. 9.

**Câu 9.** Phần ảo của số phức  $z$  thỏa phương trình  $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i)$  là:

- A. 10.                      B.  $-10.$                       C.  $\frac{15}{4}.$                       D.  $-\frac{15}{4}.$

**Câu 10.** Phần ảo của số phức  $z$  thỏa  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$  là:



- A.  $-\sqrt{2}$ . B.  $\sqrt{2}$ . C. 2. D. -2.

**Câu 11.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$ . Hiệu phần thực và phần ảo của số phức  $z$  là:

- A. 1 B. 0 C. 4 D. 6

**Câu 12.** Cho số phức  $z = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ . Trong các kết luận sau kết luận nào đúng?

- A.  $z \in \mathbb{R}$ . B.  $z$  là số thuần ảo.  
C. Mô đun của  $z$  bằng 1 D.  $z$  có phần thực và phần ảo đều bằng 0.

**Câu 13.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $\frac{z}{z'}$  có phần ảo là:

- A.  $\frac{aa'-bb'}{a^2+b^2}$  B.  $\frac{aa'-bb'}{a'^2+b'^2}$  C.  $\frac{aa'+bb'}{a^2+b^2}$  D.  $\frac{2bb'}{a'^2+b'^2}$

**Câu 14.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó số  $\frac{1}{2i}(z-\bar{z})$  là:

- A. Một số thực B. 0 C. Một số thuần ảo D.  $i$

**Câu 15.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . (Trong đó  $a, b, a', b'$  đều khác 0) điều kiện giữa  $a, b, a', b'$

để  $\frac{z}{z'}$  là một số thuần ảo là:

- A.  $a + a' = b + b'$  B.  $aa' + bb' = 0$  C.  $aa' - bb' = 0$  D.  $a + b = a' + b'$

**Câu 16.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Để  $z^3$  là một số thuần ảo, điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $ab = 0$  B.  $b^2 = 3a^2$  C.  $\begin{cases} a = 0, b \neq 0 \\ a \neq 0, a^2 = 3b^2 \end{cases}$  D.  $\begin{cases} a \neq 0, b = 0 \\ b \neq 0, a^2 = b^2 \end{cases}$

**Câu 17.** Cho số phức  $z = x + yi \neq 1$ . ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Phần ảo của số  $\frac{z+1}{z-1}$  là:

- A.  $\frac{-2x}{(x-1)^2+y^2}$  B.  $\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$  C.  $\frac{xy}{(x-1)^2+y^2}$  D.  $\frac{x+y}{(x-1)^2+y^2}$

**Câu 18.** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $z^{-1}$  có phần thực là:

- A.  $a + b$  B.  $a - b$  C.  $\frac{a}{a^2+b^2}$  D.  $\frac{-b}{a^2+b^2}$

**Câu 19.** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $z^{-1}$  có phần ảo là :

- A.  $a^2 + b^2$  B.  $a^2 - b^2$  C.  $\frac{a}{a^2+b^2}$  D.  $\frac{-b}{a^2+b^2}$

**Câu 20.** Số phức nào sau đây là số thực:

A.  $z = \frac{1-2i}{3-4i} + \frac{1+2i}{3-4i}$     B.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} + \frac{1-2i}{3+4i}$     C.  $z = \frac{1-2i}{3-4i} - \frac{1+2i}{3+4i}$     D.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} + \frac{1-2i}{3+4i}$

**Câu 21.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó, trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A.  $z \in \mathbb{R}$                       B.  $|z| = 1$                       C.  $z$  là số thuần ảo.    D.  $|z| = -1$

**Câu 22.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$ . Phần thực và phần ảo của  $z$  là:

A. 2; 3                      B. 2; -3                      C. -2; 3                      D. -2; -3

**Câu 23.** Phần thực và phần ảo của  $z = \frac{i^{2008} + i^{2009} + i^{2010} + i^{2011} + i^{2012}}{i^{2013} + i^{2014} + i^{2015} + i^{2016} + i^{2017}}$  là:

A. 0; -1                      B. 1; 0                      C. -1; 0                      D. 0; 1

**Câu 24.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = \frac{1-2i}{2+i}$  là:

A. 0; -1                      B. 1; 1                      C. 0; 1                      D. 1; -1

**Câu 25.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z$  thỏa  $z - (3+2i)^3 + (1-2i)^3 = 0$  là:

A. 2; 44i                      B. 44; 2i                      C. 2; 44i                      D. -2; -44i

**Câu 26.** Cho  $z = 1 - i$ , phần ảo của số phức  $w = (\bar{z})^3 + 1 + z + z^2$  bằng :

A. 0                      B. -1                      C. -2                      D. -3

**Câu 27.** Phần ảo của số phức  $z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$  bằng :

A.  $2^{10}$                       B.  $2^{10} + 1$                       C.  $2^{10} - 1$                       D.  $-2^{10}$

**Câu 28.** Phần thực  $a$  và phần ảo  $b$  của số phức  $z = (1-i)^{2017}$  là :

A.  $a = 2^{1008}, b = -2^{1008}$                       B.  $a = 2^{1008}, b = 0$   
 C.  $a = 0, b = 2^{1008}$                       D.  $a = -2^{1008}, b = 2^{1008}$

**Câu 29.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = \frac{1}{2i} \left( i^7 - \frac{1}{i^7} \right)$  là :

A. 1 và 0                      B. -1 và 0                      C.  $i$  và 0                      D.  $-i$  và 0 .

**Câu 30.** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $z^{-1}$  có phần ảo là :

A.  $a^2 + b^2$                       B.  $a^2 - b^2$                       C.  $\frac{a}{a^2 + b^2}$                       D.  $\frac{-b}{a^2 + b^2}$

**Câu 31.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số phức  $z^2$  có phần ảo là :

A.  $ab$                       B.  $2a^2b^2$                       C.  $a^2b^2$                       D.  $2ab$

**Câu 32.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $zz'$  có phần ảo là:

A.  $aa' + bb'$                       B.  $ab' + a'b$                       C.  $ab + a'b'$                       D.  $2(aa' + bb')$

**Câu 33.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $\frac{z}{z'}$  có phần ảo là:

- A.  $\frac{aa' - bb'}{a^2 + b^2}$       B.  $\frac{aa' - bb'}{a'^2 + b'^2}$       C.  $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$       D.  $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$

**Câu 34.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó số phức  $z^2 = (a + bi)^2$  là số thuần ảo trong điều kiện nào sau đây:

- A.  $a = 0$  và  $b \neq 0$       B.  $a \neq 0$  và  $b = 0$   
 C.  $a \neq 0, b \neq 0$  và  $a = \pm b$       D.  $a = 2b$

**Câu 35.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó số  $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$  là:

- A. Một số thực      B. 2      C. Một số thuần ảo      D. i

**Câu 36.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó số  $\frac{1}{2i}(z - \bar{z})$  là:

- A. Một số thực      B. 0      C. Một số thuần ảo      D. i

**Câu 37.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z + z'$  là một số thực là:

- A.  $\begin{cases} a, a' \in \mathbb{R} \\ b + b' = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b, b' \in \mathbb{R} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$

**Câu 38.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z + z'$  là một số thuần ảo là:

- A.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ a, b' \in \mathbb{R} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ a + b' \neq 0 \end{cases}$

**Câu 39.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z.z'$  là một số thực là:

- A.  $aa' + bb' = 0$       B.  $aa' - bb' = 0$       C.  $ab' + a'b = 0$       D.  $ab' - a'b = 0$

**Câu 40.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . (Trong đó  $a, b, a', b'$  đều khác 0) điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z.z'$  là một số thuần ảo là:

- A.  $aa' = bb'$       B.  $aa' = -bb'$       C.  $a + a' = b + b'$       D.  $a + a' = 0$

**Câu 41.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $\frac{z}{z'}$  ( $z' \neq 0$ ) là một số thực là:

- A.  $aa' + bb' = 0$       B.  $aa' - bb' = 0$       C.  $ab' + a'b = 0$       D.  $ab' - a'b = 0$

**Câu 42.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . (Trong đó  $a, b, a', b'$  đều khác 0) điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $\frac{z}{z'}$  là một số thuần ảo là:

- A.  $a + a' = b + b'$       B.  $aa' + bb' = 0$       C.  $aa' - bb' = 0$       D.  $a + b = a' + b'$

**Câu 43.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Để  $z^3$  là một số thực, điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

A.  $\begin{cases} b = 0, a \in \mathbb{R} \\ b^2 = 3a^2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} b \in \mathbb{R}, a = 0 \\ b^2 = a^2 \end{cases}$       C.  $b = 3a$       D.  $b^2 = 5a^2$

**Câu 44.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Để  $z^3$  là một số thuần ảo, điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

A.  $ab = 0$       B.  $b^2 = 3a^2$       C.  $\begin{cases} a = 0 \text{ v\mu } b \neq 0 \\ a \neq 0 \text{ v\mu } a^2 = 3b^2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a \neq 0 \text{ v\mu } b = 0 \\ b \neq 0 \text{ v\mu } a^2 = b^2 \end{cases}$

**Câu 45.** Cho số phức  $z = x + yi \neq 1$ . ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Phần ảo của số  $\frac{z+1}{z-1}$  là:

A.  $\frac{-2x}{(x-1)^2 + y^2}$       B.  $\frac{-2y}{(x-1)^2 + y^2}$       C.  $\frac{xy}{(x-1)^2 + y^2}$       D.  $\frac{x+y}{(x-1)^2 + y^2}$

**Câu 46.** Cho số phức  $z \neq 0$ . Biết rằng số phức nghịch đảo của  $z$  bằng số phức liên hợp của nó. Trong các kết luận nào đúng:

A.  $z \in \mathbb{R}$       B.  $z$  là một số thuần ảo  
C.  $|z| = 1$       D.  $|z| = 2$

**Câu 47.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó, trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A.  $z \in \mathbb{R}$       B.  $|z| = 1$       C.  $|z| = -1$       D.  $Z$  là một số thuần ảo

**Câu 48.** Phần ảo của số phức  $Z = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$  bằng:

A.  $-\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{2}$       D. 3

**Câu 49.** Phần ảo của số phức  $z$  bằng bao nhiêu ? biết  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$

A. 2      B. -2      C.  $-\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 50.** Số phức  $z$  thỏa  $z + 2\bar{z} = 3 - i$  có phần ảo bằng:

A.  $-\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{3}$       C. -1      D. 1

**Câu 51.** Phần ảo của số phức  $Z = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$  bằng:

A.  $\sqrt{2}$       B.  $-\sqrt{2}$       C. 2      D. 3

**Câu 52.** Tìm một số phức  $z$  thỏa điều kiện  $\frac{z-3i}{z+i}$  là số thuần ảo với  $|z| = \sqrt{5}$

A.  $z = -2 + i$       B.  $z = 2 + i$       C. Cả A và B đều đúng.      D. Cả A và B đều sai.

**Câu 53.** Phần thực, phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{5}{1-2i} - 3i$  lần lượt là:

- A. 1;1                      B. 1;-2                      C. 1;2                      D. 1;-1

**Câu 54.** Tổng phần thực và phần ảo của số phức  $z = \frac{\sqrt{3}-i}{1+i} - \frac{\sqrt{2}+i}{i}$  bằng

- A.  $2-\sqrt{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}-3}{2}$                       C.  $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{2}$                       D.  $\sqrt{2}-2$

**Câu 55.** Cho số phức  $z = x + yi \neq 1$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Phần ảo của số phức  $\frac{z+1}{z-1}$  là:

- A.  $\frac{x+y}{(x-1)^2+y^2}$                       B.  $\frac{-2x}{(x-1)^2+y^2}$                       C.  $\frac{xy}{(x-1)^2+y^2}$                       D.  $\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$

**Câu 56.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{2}i$                       C.  $-\sqrt{2}$                       D.  $-\sqrt{2}i$

**Câu 57.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = \frac{3+5i-(i+1)^2}{4+3i}$

- A.  $\frac{3}{25}$                       B.  $\frac{3}{25}i$                       C.  $-\frac{3}{25}$                       D.  $-\frac{3}{25}i$

**Câu 58.** Cho các số phức  $z = \frac{3-i}{5+7i}$ ,  $z' = \frac{3+i}{5-7i}$ . Trong các kết luận sau:

- (I).  $z + z'$  là số thực,  
 (II).  $z - z'$  là số thuần ảo,  
 (III).  $z - z'$  là số thực,  
 kết luận nào đúng?

- A. Cả I, II, III.                      B. Chỉ II, III.                      C. Chỉ III, I.                      D. Chỉ I, II.

**Câu 59.** Tìm số phức  $z$  có phần ảo gấp 3 lần phần thực đồng thời  $|\bar{z}| = \sqrt{10(z+\bar{z})}$

- A.  $z = 1+3i$                       B.  $z = -1-3i$                       C.  $z = 2+6i$                       D.  $z = 3+12i$

**Câu 60.** Cho số phức  $z$ , thỏa mãn điều kiện  $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$ . Phần ảo của số phức  $w = (1+z)\bar{z}$  là:

- A. 0                      B. 2                      C. -1                      D. -2

**Câu 61.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

- A.  $z + \bar{z}$  là một số thực                      B.  $z - \bar{z}$  là một số ảo  
 C.  $z \cdot \bar{z}$  là một số thực                      D.  $z^2 + \bar{z}^2$  là một số ảo

**Câu 62.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn phương  $(1+2i)z = 1-2i$ . Phần ảo của số phức  $\omega = 2iz + (1-2i)\bar{z}$  là:

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{4}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{1}{5}$

**Câu 63.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 3i$ . Xác định phần ảo của số phức  $3z_1 - 2z_2$

- A. 11                      B. 12                      C. 10                      D. 13

**Câu 64.** Tìm phần phần ảo của số phức sau:  $1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$

- A.  $-2^{10} - 1$                       B.  $2^{10} - 1$                       C.  $-2^{10} + 1$                       D.  $2^{10} + 1$

**Câu 65.** Cho số phức  $z = 4 - 3i$ . Phần thực và phần ảo của số phức  $\bar{z}$  lần lượt là

- A. -4 và -3                      B. -4 và 3                      C. 4 và -3                      D. 4 và 3

**Câu 66.** Cho hai số phức  $z$  và  $w$  thoả mãn  $|z| = |w| = 1$  và  $1 + z.w \neq 0$ . Số phức  $\frac{z+w}{1+z.w}$  là :

- A. Số thực                      B. Số âm                      C. Số thuần ảo                      D. Số dương

**Câu 67.** Cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $z + (2 - i)\bar{z} = 13 - 3i$ . Phần ảo của số phức  $z$  bằng

- A. 2                      B. 4                      C. 3                      D. -1

**Câu 68.** Cho số phức  $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$ . Trong 4 khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- (1): " $z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - b^2)$ "                      (2): " $z.\bar{z} = a^2 + b^2$ "  
 (3): "Phần ảo của  $z^3$  là  $a^3 + 3a^2b$ "                      (4): "Phần thực của  $z^3$  là  $3a^2b - b^3$ "  
 A. (3)                      B. (4)                      C. (1)                      D. (2)

**Câu 69.** A-2010. Phần ảo của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2.(1 - \sqrt{2}i)$  là:

- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $-\sqrt{2}$                       D. -1

**Câu 70.** Cho số phức  $z = \frac{1-i}{1+i}$ . Phần thực và phần ảo của  $z^{2010}$  là:

- A.  $a = 1, b = 0$                       B.  $a = 0, b = 1$                       C.  $a = -1, b = 0$                       D.  $a = 0, b = -1$

**Câu 71.** Cho số phức  $z = 2 + i$ . Phần thực và phần ảo của số phức  $z$  lần lượt là

- A. 1 và 2                      B. 2 và -1                      C. 1 và -2                      D. 2 và 1

**Câu 72.** Cho số phức  $z$  thoả mãn:  $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$ . Hiệu phần thực và phần ảo của số phức  $z$  là:

- A. 3                      B. 1                      C. 0                      D. 2

**Câu 73.** Phần thực của  $z = (2 + 3i)i$  là

- A.  $3i$                       B. 2                      C. -3                      D. 3

**Câu 74.** Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

A.  $(\sqrt{2}+3i)+(\sqrt{2}-3i)$  B.  $(2+2i)^2$  C.  $\frac{2+3i}{2-3i}$  D.  $(\sqrt{2}+3i)\cdot(\sqrt{2}-3i)$

**Câu 75.** Cho số phức  $z \neq 1$ . Xét các số phức  $\alpha = \frac{i^{2009} - i}{z-1} - z^2 + \bar{z}^{-2}$  và  $\beta = \frac{z^3 - z}{z-1} + \bar{z} + \bar{z}^{-2}$ . Khi đó

A.  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  B.  $\beta, \alpha$  đều là số ảo C.  $\beta \in \mathbb{R}; \alpha$  là số ảo D.  $\alpha \in \mathbb{R}; \beta$  là số ảo

**Câu 76.** Số  $z = \frac{\bar{z}}{z} + \bar{z}$  là

A. 10 B. Số ảo C. Số thực D. 0

**Câu 77.** Cho số phức  $z = (1 - 2x)(1 + x) + (2 + x)(2y + 1)i$ , trong đó  $x, y$  là các số thực, Khi  $z$  là số thuần ảo và  $z = -20 + 15i$  thì giá trị của  $x, y$  là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = -\frac{11}{2} \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = -\frac{9}{2} \\ y = -\frac{11}{2} \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = -\frac{9}{2} \end{cases}$

**Câu 78.** Số nào trong các số phức sau là số thực ?

A.  $(2+i\sqrt{5})+(2-i\sqrt{5})$  B.  $(1+i\sqrt{3})^2$   
C.  $(\sqrt{3}+2i)-(\sqrt{3}-2i)$  D.  $\frac{\sqrt{2}+i}{\sqrt{2}-i}$

**Câu 79.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó, trong các kết luận sau, kết luận nào đúng ?

A.  $|z|=1$  B.  $z$  là một số ảo C.  $z \in \mathbb{R}$  D.  $|z|=-1$

**Câu 80.** Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo ?

A.  $(2+2i)^2$  B.  $(\sqrt{2}+3i)+(\sqrt{2}-3i)$   
C.  $(\sqrt{2}+3i)\cdot(\sqrt{2}-3i)$  D.  $\frac{3+2i}{2-3i}$

**Câu 81.** Tìm các số phức  $a$  và  $b$  biết  $\begin{cases} a+b=-2 \\ a.b=9 \end{cases}$  biết phần ảo của  $a$  là số dương.

A.  $a = -2 + \sqrt{8}i, b = -2 + \sqrt{8}i$  B.  $a = -1 + 3i, b = -1 + 3i$   
C.  $a = -1 + \sqrt{5}i, b = -1 + \sqrt{5}i$  D.  $a = -1 + \sqrt{8}i, b = -1 + \sqrt{8}i$

**Câu 82.** Cho số phức tùy ý  $z \neq 1$ . Xét các số phức  $\alpha = \frac{i^{2005} - i}{\bar{z} - 1} - z^2 + (\bar{z})^2$  và  $\beta = \frac{z^3 - z}{z - 1} + (\bar{z})^2 + \bar{z}$ . Khi đó

- A.  $\alpha$  là số thực,  $\beta$  là số thực  
 B.  $\alpha$  là số ảo,  $\beta$  là số thực  
 C.  $\alpha$  là số thực,  $\beta$  là số ảo  
 D.  $\alpha$  là số ảo,  $\beta$  là số ảo

**Câu 83.** Số phức  $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{20}$  có phần thực và phần ảo là

- A.  $-2$  và  $0$   
 B.  $1$  và  $0$   
 C.  $0$  và  $2$   
 D.  $0$  và  $1$

**Câu 84.** Cho số phức  $z = a + bi$  và số phức  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $z.z'$  có phần ảo là:

- A.  $aa' + bb'$   
 B.  $2(aa' + bb')$   
 C.  $ab' + a'b$   
 D.  $ab + a'b'$

**Câu 85.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$  có phần ảo là:

- A.  $\frac{1}{3}$   
 B.  $-1$   
 C.  $-\frac{1}{3}$   
 D.  $1$

**Câu 86.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  biết:  $\bar{z} = (3 - 2i)^2 - (4 - i)$

- A.  $-3$   
 B.  $11$   
 C.  $-11$   
 D.  $5$

**Câu 87.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = 1 + i$

- A. Phần thực là  $1$  và phần ảo là  $-i$   
 B. Phần thực là  $1$  và phần ảo là  $-1$   
 C. Phần thực là  $1$  và phần ảo là  $i$ .  
 D. Phần thực là  $1$  và phần ảo là  $1$

**Câu 88.** Cho  $z = \frac{2 + i}{2 - i} + \frac{1 - 2i}{2 + i}$ . Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A.  $z.\bar{z} = \frac{22}{5}$   
 B.  $z$  là số thuần ảo  
 C.  $z \in \mathbb{R}$   
 D.  $z + \bar{z} = 22$

**Câu 89.** Số số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện  $|z| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo là:

- A.  $1$ .  
 B.  $2$ .  
 C.  $3$ .  
 D.  $4$ .

**Câu 90.** Số  $z + \bar{z}$  là

- A. Số thực  
 B.  $2$   
 C. Số ảo  
 D.  $0$

**Câu 91.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A.  $z \in \mathbb{R}$   
 B.  $|z| = 1$   
 C.  $z$  là một số thuần ảo  
 D.  $|z| = -1$



**Câu 92.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của  $z$ . Khi đó kết luận nào sau đây là đúng :

- A.  $z \neq 1$                       B.  $z$  là số thuần ảo      C.  $z \in \mathbb{R}$                       D.  $|z|=1$

**Câu 93.** Khi số phức  $z$  thay đổi tùy ý thì tập hợp các số  $2z + 2\bar{z}$  là

- A. Tập hợp các số thực dương  
 B. Tập hợp tất cả các số thực  
 C. Tập hợp tất cả các số phức không phải là số ảo  
 D. Tập hợp các số thực không âm

**Câu 94.** Nếu  $|z|=1$  thì  $\frac{z^2-1}{z}$

- A. Bằng 0    B. Là số ảo  
 C. Lấy mọi giá trị phức                              D. Lấy mọi giá trị thực

**Câu 95.** Tập hợp các nghiệm phức của phương trình  $z^2 + |z|^2 = 0$  là

- A.  $\{-i; 0\}$                       B. Tập hợp mọi số ảo      C.  $\{-i; 0; i\}$                       D.  $\{0\}$

**Câu 96.** Các số nguyên dương  $n$  để số phức  $\left(\frac{13\sqrt{3}+9i}{12-\sqrt{3}i}\right)^n$  là số thực ? số ảo ? là :

- A.  $n = 2 + 6k, k \in \mathbb{Z}$       B.  $n = 2 + 4k, k \in \mathbb{Z}$       C.  $n = 2k, k \in \mathbb{Z}$                       D.  $n = 3k, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 97.** Với mọi số thuần ảo  $z$ , số  $z^2 + |z|^2$  là  $z = bi$

- A. Số thực dương      B. Số ảo khác 0                      C. Số 0                      D. Số thực âm

**Câu 98.** Số  $z - \bar{z}$  là

- A. Số ảo                      B. 0                      C. Số thực                      D.  $2i$

**Câu 99.** Với mọi số ảo  $z$ , số  $z^2 + |z|^2$  là:

- A. Số thực âm                      B. Số 0                      C. Số thực dương                      D. Số ảo khác 0

**Câu 100.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn:  $\frac{4-3i}{2i-1}(1+\bar{z})-z(3+i)^2=8-13i$

- A. 2                                      B. 3                                      C. 1                                      D. 7

**Câu 101.** Tập hợp các nghiệm phức của phương trình  $z^2 + |z|^2 = 0$  là :

- A. Tập hợp số ảo                      B.  $\pm i; 0$                               C. 0                                      D.  $-i; 0$

**Câu 102.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó, trong các kết luận sau, kết luận nào đúng:

- A.  $z \in \mathbb{R}$                               B.  $|z|=1$                               C.  $z$  là số thuần ảo                      D.  $|z|=-1$

**Câu 103.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng số phức liên hợp của nó , trong các kết luận sau , kết luận nào đúng ?

- A.  $|z|=1$                               B.  $z \in \mathbb{R}$                               C.  $z$  là một số thuần ảo                      D.  $|z|=-1$

**Câu 104.** Số nào trong các số sau là số thuần ảo ?

- A.  $2 + 2i^2$                               B.  $(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i)$   
 C.  $(\sqrt{2} + 3i)(\sqrt{2} - 3i)$                       D.  $\frac{2 + 3i}{2 - 3i}$

**Câu 105.** Tìm số phức  $w$  nghịch đảo của số phức  $z$  biết:  $z = 3(2 - 3i)^2 + 1$

- A.  $w = -14 - 36i$                       B.  $w = \frac{-7}{746} + \frac{9}{373}i$                       C.  $w = \frac{-7}{746} - \frac{9}{373}i$                       D.  $w = \frac{7}{746} + \frac{9}{373}i$

**Câu 106.** Với mọi số ảo  $z$  , số  $z^2 + |z|^2$  là

- A. Số 0                                      B. Số thực âm                              C. Số thực dương                      D. Số ảo khác 0

**Câu 107.** Ta có số phức  $z$  thỏa mãn  $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i$  . Phần ảo của số phức  $z$  là:

- A. 0                                      B. 1                                      C. 3                                      D. 2

**Câu 108.** Phần ảo của số phức  $z = (1 - 2i).(2 + i)^2$  . là:

- A. -2                                      B. 2                                      C. 1                                      D. -1

**Câu 109.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng liên hợp của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng ?

- A.  $z \in \mathbb{R}$                                       B.  $z$  là một số thuần ảo

C.  $|z| = -1$

D.  $|z| = 1$

**Câu 110.** Biết rằng nghịch đảo của số phức  $z$  bằng liên hợp của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A.  $z \in \mathbb{R}$

B.  $z$  là số thuần ảo

C.  $|z| = 1$

D.  $|z| = -1$

**Câu 111.** Cho số phức  $z$ , thỏa mãn điều kiện  $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$ . Phần ảo của số phức  $w = (1+z)\bar{z}$  là:

A.  $-2$

B.  $2$

C.  $-1$

D.  $0$

**Câu 112.** Phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 3\bar{z} = \overline{(1-2i)^2}$  là:

A.  $-1$

B.  $-2$

C.  $2$

D.  $1$

**Câu 113.** Phần ảo của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = (\sqrt{2}+i)^2 \cdot (1-\sqrt{2}i)$  là:

A.  $\sqrt{2}$

B.  $1$

C.  $-1$

D.  $-\sqrt{2}$

**Câu 114.** Phần thực và phần ảo của số  $(2-i)i(3+i)$  lần lượt là:

A.  $1$  và  $0$

B.  $1$  và  $3$

C.  $1$  và  $7$

D.  $0$  và  $1$

**Câu 115.** Tìm phần ảo của số phức  $(1+i)^2 + (1-i)^3$

A.  $0$

B.  $-2$

C.  $1$

D.  $2$

**Câu 116.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện:  $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2$ . Phần ảo của  $z$  là:

A.  $5$

B.  $4$

C.  $3$

D.  $2$

**Câu 117.** Nếu  $|z|=1$  thì  $\frac{z^2-1}{z}$

A. Là số ảo

B. Bằng 0

C. Lấy mọi giá trị phức

D. Lấy mọi giá trị thực

**Câu 118.** Cho số phức  $z$  thỏa điều  $(z+\bar{z})(1+i) + (\bar{z}-z)(2+3i) = 4-i$ . Phần ảo của  $z$  là:

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $1$

C.  $2$

D.  $-\frac{1}{3}$

**Câu 119.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3+2iz)(1+i) = -7+5i$

A.  $4$

B.  $3$

C.  $1$

D.  $2$

**Câu 120.** Số phức  $z = \frac{8-i}{2+i}$  có phần ảo là:

A.  $1$

B.  $-1$

C.  $-2$

D.  $2$

**Câu 121.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3+2iz)(1+i) = -7+5i$

A.  $1$

B.  $3$

C.  $2$

D.  $4$

**Câu 122.** Phần ảo của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 \cdot (1 - \sqrt{2}i)$  là:

- A.  $\sqrt{2}$                       B. -1                      C.  $-\sqrt{2}$                       D. 1

**Câu 123.** Với mọi số ảo  $z$ , số  $z^2 + |z|^2$  là

- A. Số 0                      B. Số thực âm                      C. Số ảo khác                      D. Số thực dương

**Câu 124.** Phần thực của số phức  $z$  thỏa  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$  là:

- A. -6.                      B. -3.                      C. 2.                      D. -1.

**Câu 125.** Mệnh đề nào sau đây là sai, khi nói về số phức?

- A.  $z + \bar{z}$  là số thực                      B.  $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$   
 C.  $\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$  là số thực                      D.  $(1+i)^{10} = 2^{10}i$

**Câu 126.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $\frac{z}{z'}$  có phần thực là:

- A.  $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$                       B.  $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$                       C.  $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$                       D.  $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$

**Câu 127.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $zz'$  có phần thực là:

- A.  $a + a'$                       B.  $aa'$                       C.  $aa' - bb'$                       D.  $2bb'$

**Câu 128.** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $\frac{z}{z'}$  có phần thực là:

- A.  $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$                       B.  $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$                       C.  $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$                       D.  $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$

**Câu 129.** Phần thực của số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$  là

- A. -6                      B. -3                      C. 2                      D. -1

**Câu 130.** Cho số phức  $z = i - \sqrt{3}$ . Giá trị phần thực của

- A. 0                      B.  $-\sqrt{3}$                       C. 1                      D.  $\sqrt{3}$

**Câu 131.** Cho số phức  $z = (x + iy)^2 - 2(x + iy) + 5$  (với  $x, y \in \mathbb{R}$ ). Với giá trị nào của  $x, y$  thì số phức đó là số thực

- A.  $x = 1$  và  $y = 0$                       B.  $x = -1$                       C.  $x = 1$  hoặc  $y = 0$                       D.  $x = 1$

**Câu 132.** Phần thực của  $z$  thỏa mãn phương trình  $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i)$  là:

- A.  $\frac{1}{4}$                       B. 15                      C. -10                      D.  $\frac{15}{4}$

**Câu 133.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Để  $z^3$  là một số thực, điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $b = 0$  và  $a$  bất kì hoặc  $b^2 = 3a^2$       B.  $b = 3a$   
 C.  $b^2 = 5a^2$       D.  $a = 0$  và  $b$  bất kì hoặc  $b^2 = a^2$

**Câu 134.** Cho số phức  $z = (1+i)^n$ , biết  $n \in \mathbb{N}$  và thỏa mãn  $\log_4(n-3) + \log_4(n+9) = 3$ .

Tìm phần thực của số phức  $z$ .

- A.  $a = 7$       B.  $a = 0$       C.  $a = 8$       D.  $a = -8$

**Câu 135. CĐ 2009.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$ . Phần thực của số phức  $z$  là:

- A. 3      B. 1      C. 2      D. 4

**Câu 136.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+4i)z + (1-3i) = 12-5i$ . Phần thực của số phức  $z^2$  bằng

- A. 5      B. -4      C. 4      D. -3

**Câu 137.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $2z + 2(z + \bar{z}) = 6 - 3i$  có phần thực là:

- A. 2      B. 0      C. 1      D. 6

**Câu 138.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+i)\bar{z} + (2i+1)z + 4i = 3$ . Khi đó phần thực của số phức  $\bar{z}$  bằng:

**Câu 139.** Số nào trong các số sau là số thực ?

- A.  $2 + i\sqrt{5} + 2 - i\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{3} + 2i - \sqrt{3} - 2i$   
 C.  $1 + i\sqrt{3}^2$       D.  $\frac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i}$

**Câu 140.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2-3i).z + (4+i).\bar{z} + (1+3i)^2 = 0$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức  $\bar{z}$ . Khi đó  $2a+3b =$  :

- A. 11      B. 1      C. -19      D. 4

**Câu 141.** Số nào trong các số sau là số thuần ảo:

- A.  $(\sqrt{2} + 3i)(\sqrt{2} - 3i)$       B.  $(2 + 2i)^2$       C.  $(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i)$       D.  $\frac{2-3i}{2+3i}$

**Câu 142.** Số phức  $z = \frac{7-17i}{5-i}$  có phần thực là

- A. 2      B. 3      C. 1      D. 4

**Câu 143.** Cho số phức  $z = a - bi$ , số phức  $z^2$  có phần thực là:

- A.  $a^2 + b^2$       B.  $a - b$       C.  $a^2 - b^2$       D.  $a + b$

**Câu 144.** Cho  $z = m + 3i, z' = 2 - m + 1i$ . Giá trị nào của  $m$  đây để  $z.z'$  là số thực ?

A.  $m = 1$  hay  $m = 6$

B.  $m = -2$  hay  $m = 3$

C.  $m = 2$  hay  $m = -3$

D.  $m = -1$  hay  $m = 6$

**Câu 145.** Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

A.  $(\sqrt{7} + i) + (\sqrt{7} - i)$

B.  $(10 - i) + (10 + i)$

C.  $(5 - i\sqrt{7}) + (-5 - i\sqrt{7})$

D.  $(3 + i) - (-3 + i)$

**Câu 146.** Phần thực và phần ảo của số  $(2 - i) \cdot i \cdot (3 + i)$  lần lượt là :

A. 1 và 7

B. 1 và 0

C. 0 và 1

D. 1 và 3

**Câu 147.** Những số vừa là số thuần ảo, vừa là số thực là:

A. Chỉ có số 0

B. Chỉ có số 1

C. 0 và 1

D. Không có số nào

**Câu 148.** Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 5i; z_2 = 3 - 4i$ . Phần thực của số phức  $z_1 \cdot z_2$  là :

A. 26

B. 27

C. 25

D. 28

**Câu 149.** Số phức  $z = \frac{8-i}{2+i}$  có phần ảo là :

A. -2

B. 1

C. 2

D. -1

**Câu 150.** Số phức  $z$  thỏa mãn:  $z + 2z + \bar{z} = 2 - 6i$  có phần thực là:

A.  $\frac{3}{4}$

B. -1

C.  $\frac{2}{5}$

D. -6

**Câu 151.** Phần thực của số phức  $z = (3 - 2i)^2 + (2 + i)^3$  là:

A. 7

B. 5

C. 8

D. 6

**Câu 152.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ . Phần thực của số phức  $z$  là:

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

**Câu 153.** Phần thực của số phức  $z = (1 + i)^{19}$  là:

A. 512

B. -512

C. 256

D. -256

**Câu 154.** Phần thực của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $(1 - 2i) \cdot z - \frac{9 + 7i}{3 - i} = 5 - 2i$ . là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 155.** Cho biểu thức  $(2 - i) - (1 + 2i)^2$  Tìm phần thực của số phức

A. 5

B. 5i

C. -5

D. -5i

**Câu 156.** Phần thực của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $(1 - 2i) \cdot z - \frac{9 + 7i}{3 - i} = 5 - 2i$ . là:

- A. 3                                      B. 2                                      C. 0                                      D. 1

**Câu 157.** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $z^{-1}$  có phần thực là:

- A.  $a + b$                                       B.  $a - b$                                       C.  $\frac{a}{a^2 + b^2}$                                       D.  $\frac{-b}{a^2 + b^2}$

**Câu 158.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số phức  $z^2$  có phần thực là :

- A.  $a^2 + b^2$                                       B.  $a^2 - b^2$                                       C.  $a + b$                                       D.  $a - b$

**Câu 159.** Phần thực của số phức  $(1+i)^{30}$  bằng:

- A. 0                                      B. 1                                      C.  $2^{15}$                                       D.  $-2^{15}$

**Câu 160.** Cho  $z = m + 3i; z' = 2 - (m + 1)i$ . Giá trị nào của  $m$  sau đây để  $z \cdot z'$  là số thực?

- A.  $m = -2$  hay  $m = 3$                                       B.  $m = -1$  hay  $m = 6$   
 C.  $m = 2$  hay  $m = -3$                                       D.  $m = 1$  hay  $m = 6$

**Câu 161.** Số nào trong các số sau đây là số thực?

- A.  $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$                                       B.  $(2 + i\sqrt{5}) + (2 - i\sqrt{5})$   
 C.  $(1 + i\sqrt{3})^2$                                       D.  $\frac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i}$

**Câu 162.** Cho số phức  $z = \sqrt{3} + i$ . Số  $n \in \mathbb{N}^*$  để  $z^n$  là số thực là

- A.  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}^*$                                       B.  $n = 6k, k \in \mathbb{N}^*$ .  
 C.  $n = 5k + 1, k \in \mathbb{N}^*$                                       D.  $n = 3k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

**Câu 163.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $iz + 2 - i = 0$  có phần thực bằng:

- A. 4                                      B. 1                                      C. 3                                      D. 2

**Câu 164.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$ . Phần thực của số phức  $z$  là:

- A. 4                                      B. 3                                      C. 1                                      D. 2

### 3. Tìm module của số phức

**Câu 1.** Mô đun của số phức  $z = (1-2i)(2+i)^2$  là:

- A.  $5\sqrt{2}$                                       B.  $4\sqrt{5}$                                       C.  $5\sqrt{5}$                                       D.  $16\sqrt{2}$

**Câu 2.** Mô đun của số phức  $z = 5 + 2i - (1+i)^3$  là:

- A. 7                                      B. 3                                      C. 5                                      D. 2

**Câu 3.** Môđun của số phức  $z = 5 + 2i - (1+i)^3$  là:

- A. 3                                      B. 2                                      C. 5                                      D. 7

**Câu 4.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z = (3-2i)(1+i)^2$ . Môđun của số phức  $w = iz + \bar{z}$  là :

- A.  $2\sqrt{2}$ .                                      B. 2                                      C. 1                                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 5.** **D-2013** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ . Môđun của số phức

$$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$$
 là:

- A.  $\sqrt{5}$                                       B.  $2\sqrt{2}$                                       C.  $\sqrt{10}$                                       D.  $2\sqrt{5}$

**Câu 6.** Môđun của  $4 - 2i$  bằng

- A.  $\sqrt{12}$                                       B. 20                                      C.  $\sqrt{20}$                                       D. 2

**Câu 7.** **D-2013** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ . Môđun của số phức

$$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$$
 là:

- A.  $2\sqrt{2}$                                       B.  $2\sqrt{5}$                                       C.  $\sqrt{5}$                                       D.  $\sqrt{10}$

**Câu 8.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

- A. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực                                      B. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực dương  
 C. Mô đun của số phức  $z$  là một số phức                                      D. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực không âm

**Câu 9.** Mô đun của số phức  $z = \left(\frac{3i+1}{2+i}\right)^2$  là

- A. 4                                      B. 2                                      C.  $2i$                                       D.  $\sqrt{2}$

**Câu 10.** Mô đun của số phức  $z = \left(\frac{i+2}{i+1}\right)^3$  là

- A.  $\frac{5\sqrt{10}}{4}$                                       B.  $\frac{5\sqrt{10}}{2}$                                       C.  $5\sqrt{10}$                                       D.  $\sqrt{2}$

**Câu 11.** Mô đun của số phức  $z = 5 + 2i - (1+i)^3$  là:

- A. 7.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 2.

**Câu 12.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z}(1+2i) = 7+4i$ . Tìm mô đun số phức  $\omega = z+2i$ .

- A. 4                                      B.  $\sqrt{17}$                                       C.  $\sqrt{24}$                                       D. 5

**Câu 13.** Cho số phức  $z = 2 - 3i$  mô đun của số phức  $2z - 3\bar{z}$  có giá trị là:



- A.  $\sqrt{229}$                       B.  $\sqrt{13}$                       C.  $\sqrt{109}$                       D.  $5\sqrt{13}$

**Câu 14.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức  $(i+3)z + \frac{2+i}{i} = (2-i)\bar{z}$ . Mô đun của số phức  $w = z - i$  là:

- A.  $\frac{\sqrt{26}}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{6}}{5}$                       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{26}}{25}$

**Câu 15.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức  $(i+3)z + \frac{2+i}{i} = (2-i)\bar{z}$ . Mô đun của số phức  $w = z - i$  là:

- A.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{26}}{25}$                       C.  $\frac{\sqrt{26}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{5}$

**Câu 16.** Mô đun của số phức  $z = (1-2i)(2+i)^2$  là:

- A.  $5\sqrt{5}$                       B.  $16\sqrt{2}$                       C.  $5\sqrt{2}$                       D.  $4\sqrt{5}$

**Câu 17.** Mô đun của số phức  $z = 1 + (1-i) + (1-i)^2 + (1-i)^3 + \dots + (1-i)^{19}$  bằng:

- A.  $|z| = 20$                       B.  $|z| = 2^{10} + 1$                       C.  $|z| = 1$                       D.  $|z| = 2^{10} - 1$

**Câu 18.** Cho số phức  $z = -12 + 5i$ . Mô đun của số phức  $z$  bằng

- A. 7                      B.  $\sqrt{17}$                       C.  $\sqrt{119}$                       D. 13

**Câu 19.** Tìm mô đun của số phức  $z$  thỏa mãn:  $(1-2i)(z+i) + 4i(i-1) = 7-21i$

- A.  $|z| = 5$                       B.  $|z| = 2\sqrt{3}$                       C.  $|z| = 9$                       D.  $|z| = 3\sqrt{7}$

**Câu 20.** Tính mô đun của số phức  $z$  biết rằng:  $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B. Đáp án khác                      C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**Câu 21.** Trong các kết luận sau, kết luận nào là sai?

- A. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực âm.    B. Mô đun của số phức  $z$  là một số phức.  
C. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực.    D. Mô đun của số phức  $z$  là một số thực dương.

**Câu 22.** Mô đun số phức  $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$  là:

- A.  $|z| = \frac{6}{\sqrt{26}}$                       B.  $|z| = \sqrt{\frac{26}{5}}$                       C.  $|z| = \frac{\sqrt{26}}{5}$                       D.  $|z| = \sqrt{26}$

**Câu 23.** Phát biểu nào sau đây là đúng

- A. Mọi số phức bình phương đều không âm.  
B. Hai số phức có mô đun bằng nhau thì bằng nhau.

C. Hiệu của hai số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  là số thực.

D. Hiệu của hai số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  là thuần ảo.

**Câu 24.** Nhận xét nào sau đây là SAI?

A. Mọi phương trình bậc hai đều giải được trên tập số phức

B. Cho số phức  $z = a + bi$ . Nếu  $a, b$  càng nhỏ thì môđun của  $z$  càng nhỏ.

C. Mọi biểu thức có dạng  $A^2 + B^2$  đều phân tích được ra thừa số phức.

D. Mọi số phức  $z \neq -1$  và có môđun bằng 1, có thể đặt dưới dạng:  $z = \frac{1 + ti}{1 - ti}$ , với  $t \in \mathbb{R}$ .

**Câu 25.** Tìm môđun số phức  $z$  thỏa mãn:  $z(2 + i) = i + 1$

A.  $\frac{\sqrt{5}}{10}$

B.  $\frac{4\sqrt{5}}{10}$

C.  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

**Câu 26.** Môđun số phức  $z = (2 + 4i) + 2i(1 - 3i)$ . là:

A. 10

B. 6

C. 12

D. 8

**Câu 27.** Tìm môđun của số phức  $z$  thỏa mãn:  $(1 - 2i)(z + i) + 4i(i - 1) = 7 - 21i$

A.  $|z| = 5$

B.  $|z| = 3\sqrt{7}$

C.  $|z| = 2\sqrt{3}$

D.  $|z| = 9$

**Câu 28.** Tìm môđun của số phức  $z$  thỏa mãn:  $(1 - 2i)(z + i) + 4i(i - 1) = 7 - 21i$

A.  $|z| = 5$

B.  $|z| = 2\sqrt{3}$

C.  $|z| = 9$

D.  $|z| = 3\sqrt{7}$

**Câu 29.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z + (2i - 1)\bar{z}| = \sqrt{10}$  và có phần thực bằng 2 lần phần ảo của nó. Tìm môđun của  $z$ ?

A.  $|z| = \frac{\sqrt{5}}{2}$

B.  $|z| = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

C.  $|z| = \frac{\sqrt{5}}{3}$

D.  $|z| = \frac{\sqrt{5}}{2}$

**Câu 30.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$ . Môđun của số phức  $\omega = z + 1 + i$  là:

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 8.

**Câu 31.** Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$  là:

A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 32.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ . Môđun của số phức  $\bar{z} + iz$  là:

- A.  $8\sqrt{2}$ .                      B.  $7\sqrt{2}$ .                      C.  $6\sqrt{2}$ .                      D.  $9\sqrt{2}$ .

**Câu 33.** Môđun của số phức  $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$  bằng:

- A.  $6\sqrt{2}$ .                      B.  $3\sqrt{2}$ .                      C.  $2\sqrt{2}$ .                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 34.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Khi đó môđun của  $z^{-1}$  là:

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ . Tìm môđun của  $\bar{z} + iz$ .

- A.  $8\sqrt{2}$                       B.  $4\sqrt{2}$                       C. 8                      D. 4

**Câu 36.** Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $z + 2\bar{z} = (1 + 5i)^2$  bằng:

- A.  $2\sqrt{41}$                       B.  $\sqrt{162}$                       C. 18                      D.  $\sqrt{82}$

**Câu 37.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Môđun của số phức  $z$  là:

- A. 1                      B.  $\sqrt{41}$                       C. 3                      D. 9

**Câu 38.** số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3 - 2i)\bar{z} - 4(1 - i) = (2 + i)z$ . Môđun của  $z$  là:

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $\sqrt{10}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

**Câu 39.** số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3 - 2i)\bar{z} - 4(1 - i) = (2 + i)z$ . Môđun của  $z$  là:

- A.  $\sqrt{10}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

**Câu 40.** Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $(2 - i)z + 3 - 2i = \bar{z}(i + 1)$

- A.  $|z| = \frac{\sqrt{13}}{3}$                       B.  $|z| = \frac{\sqrt{97}}{3}$                       C.  $z = -3 - \frac{4}{3}i$                       D.  $z = \frac{\sqrt{97}}{3}$

**Câu 41.** Cho  $z = \frac{1 - 2i}{1 + i}$ . Môđun của  $z$  là:

- A.  $\sqrt{10}$                       B.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

**Câu 42.** Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $(2 + i)z + 3 - 2i = 5\bar{z} + 1$

- A.  $z = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$                       B.  $|z| = \frac{\sqrt{10}}{5}$                       C.  $|z| = \frac{10}{\sqrt{5}}$                       D.  $z = \frac{\sqrt{10}}{5}$

- Câu 43.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1+2i)^2 \cdot z + \bar{z} = 4i - 20$ . Môđun số  $z$  là:
- A. 4                                      B. 5                                      C. 10                                      D. 6
- Câu 44.** Môđun của số phức  $z - 2i$  bằng bao nhiêu? Biết  $z$  thỏa mãn phương trình  $(z - 2i)(\bar{z} - 2i) + 4iz = 0$
- A.  $\sqrt{2}$                                       B.  $2\sqrt{2}$                                       C.  $\sqrt{3}$                                       D.  $2\sqrt{3}$
- Câu 45.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7 + 8i$ . Môđun của số phức  $w = z + 1 + i$  là:
- A.  $\sqrt{13}$                                       B. 5                                      C.  $\sqrt{7}$                                       D.  $\sqrt{20}$
- Câu 46.** Cho số phức  $z$  thỏa  $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$ . Tính môđun của số phức  $w = 1 + z + z^2$ .
- A. 1                                      B. 2                                      C.  $\sqrt{13}$                                       D. 4
- Câu 47.** Gọi  $z$  là số phức thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$ . Môđun của  $z$  là:
- A.  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$                                       B.  $\frac{2\sqrt{37}}{3}$                                       C.  $\sqrt{13}$                                       D.  $\frac{2\sqrt{51}}{3}$
- Câu 48.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ . Môđun của số phức  $w = \frac{1+z+z^2}{1-\bar{z}}$  là
- A.  $\sqrt{5}$                                       B.  $\sqrt{10}$                                       C.  $\sqrt{13}$                                       D. 5
- Câu 49.** Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình
- Câu 50.**  $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$  là:
- A.  $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$                                       B.  $|z| = \frac{\sqrt{2}}{3}$                                       C.  $|z| = \sqrt{2}$                                       D.  $|z| = \frac{4\sqrt{2}}{3}$
- Câu 51.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(1+2i)(z-i) - 3\bar{z} + 3i = 0$ . Môđun của số phức  $w = \frac{2\bar{z} + z + 3i}{z^2}$  là  $\frac{m\sqrt{106}}{26}$
- . Giá trị  $m$  là:
- A. 3                                      B. 2                                      C. 1                                      D. 4
- Câu 52.** A-2010 Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ . Môđun của số phức  $w = \bar{z} + iz$
- A. 8                                      B.  $8\sqrt{3}$                                       C.  $8\sqrt{2}$                                       D. 16
- Câu 53.** Môđun của số phức  $\omega = z + z^2$ , với  $(2+i) \cdot z + \frac{1-i}{1+i} = 5-i$  bằng:
- A.  $2\sqrt{2}$                                       B.  $4\sqrt{2}$                                       C.  $5\sqrt{2}$                                       D.  $3\sqrt{2}$

**Câu 54.** Môđun của số phức  $w = z + 2\bar{z}$  với  $iz = 3i + 2$  bằng:

- A.  $\sqrt{55}$                       B.  $5\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{85}$                       D.  $\sqrt{65}$

**Câu 55.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Môđun của số phức  $z$  là:

- A. 3                      B.  $\sqrt{41}$                       C. 9                      D. 1

**Câu 56.** Môđun của  $z = \frac{5-i}{2+3i}$  là

- A. 1                      B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D. 2

**Câu 57.** Nếu môđun của số phức  $z$  bằng  $r (r > 0)$  thì môđun của số phức  $(1-i)^2 z$  bằng

- A.  $4r$                       B.  $2r$                       C.  $r\sqrt{2}$                       D.  $r$

**Câu 58.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai ?

- A. Môđun của số phức  $z$  là một số thực dương  
 B. Môđun của số phức  $z$  là một số thực  
 C. Môđun của số phức  $z$  là một số phức  
 D. Môđun của số phức  $z$  là một số thực không âm

**Câu 59.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

- A. Môđun của số phức  $z$  là một số thực                      B. Môđun của số phức  $z$  là một số thực dương  
 C. Môđun của số phức  $z$  là một số phức                      D. Môđun của số phức  $z$  là một số thực không âm

**Câu 60.** Môđun của số phức  $z \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + i\sqrt{2xy}}{x - y + 2i\sqrt{xy}}$  bằng :

- A.  $\sqrt{x^2 + 8y^2 - xy}$                       B. Kết quả khác                      C. 1                      D.  $\sqrt{2x^2 + 2y^2 - 3xy}$

**Câu 61.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+i)z - i\bar{z} = 7 - 6i$ . Môđun của số phức  $z$  bằng:

- A.  $2\sqrt{5}$                       B. 25                      C. 5                      D.  $\sqrt{5}$

**Câu 62.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $2z + 3\bar{z} = 5 + i$ . Môđun của số phức  $z$  bằng:

- A. 3                      B. 2                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{2}$

**Câu 63.** Tìm số phức  $z$  biết  $z = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2017}$

- A. 1                                      B.  $i^3$                                       C.  $i^2$                                       D.  $i$

**Câu 64.** Biết số phức  $z$  thỏa mãn  $2z - \bar{z} - 3 - 12i = 0$ . Môđun của số phức  $z$  là:

- A.  $2\sqrt{5}$                                       B.  $\sqrt{5}$                                       C. 25                                      D. 5

**Câu 65.** Môđun của  $-2iz$  bằng

- A.  $2|z|$                                       B.  $-2|z|$                                       C.  $\sqrt{2}z$                                       D. 2

**Câu 66.** Tính môđun của số phức  $z$ , biết:  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$ :

- A.  $\frac{1}{3\sqrt{2}}$                                       B. 3                                      C.  $\sqrt{2}$                                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**Câu 67.** Cho số phức  $z$  thỏa  $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$ . Tính môđun của số phức  $w = 1 + z + z^2$  :

- A.  $\frac{3\sqrt{13}}{8}$                                       B.  $\sqrt{13}$                                       C.  $\sqrt{2}$                                       D. 2

**Câu 68.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} - i = 3 - 2z$ . Môđun của số phức  $2i + 1 + iz$  bằng :

- A. 1                                      B.  $\sqrt{5}$                                       C.  $\sqrt{2}$                                       D. 3

**Câu 69.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai ?

- A. Môđun của số phức  $z$  là một số thực dương  
 B. Môđun của số phức  $z$  là một số phức  
 C. Môđun của số phức  $z$  là một số thực  
 D. Môđun của số phức  $z$  là một số thực không âm

**Câu 70.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $3i\bar{z} + (2 + 3i)z = 2 + 4i$ . Môđun của số phức  $2iz$  bằng:

- A. 1                                      B.  $2\sqrt{2}$                                       C.  $\sqrt{2}$                                       D. 2

**Câu 71.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$ . Môđun của số phức  $\omega = 1 + z + z^2$  là:

- A. 4.                                      B. 9.                                      C. 13.                                      D.  $\sqrt{13}$ .

**Câu 72.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$ . khi đó môđun của số phức  $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$

là

- A. 9                                      B. 10                                      C. 11                                      D. 12

**Câu 73. D-2012.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$ . Môđun của số phức  $w = z + i + 1$

- A. 3                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

**Câu 74.** Biết phương trình  $z^2 + az + b = 0$  có một nghiệm là  $z = 1 - i$ . Môđun của số phức  $w = a + bi$  là:

- A.  $\sqrt{2}$                                       B. 3                                      C. 4                                      D. 2

**Câu 75.** Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

- A. Môđun của số phức  $z$  là một số thực  
 B. Môđun của số phức  $z$  là một số thực dương  
 C. Môđun của số phức  $z$  là một số thực không âm.  
 D. Môđun của số phức  $z$  là một số phức

**Câu 76.** Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$  là:

- A.  $\sqrt{2}$                                       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$                                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                                       D.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

**Câu 77.** Môđun số phức  $(1 + i) \cdot z = 14 - 2i$ . là:

- A. 10                                      B. 5                                      C. 15                                      D. 12

**Câu 78.** Cho số phức  $z$  thỏa :  $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ . Khi đó môđun của số phức  $\bar{z} + iz$

**Câu 79.** Cho số phức  $z = 12 - 5i$ . Môđun số phức  $z$  là:

- A. 13                                      B.  $\sqrt{7}$                                       C.  $\sqrt{119}$                                       D. 7

**Câu 80.** Môđun số phức  $z = (2 + 4i) + 2i(1 - 3i)$  là:

- A. 10                                      B. 8                                      C. 12                                      D. 5

**Câu 81.** Môđun của số phức  $4 - 2i$  bằng:

- A.  $\sqrt{20}$                                       B. 20                                      C. 2                                      D.  $\sqrt{12}$

**Câu 82.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1 + 2i)^2 \cdot z + \bar{z} = 4i - 20$ . Môđun số  $z$  là:

- A. 10                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 6

**Câu 83.** Số phức  $z$  có modun nhỏ nhất thỏa mãn  $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$  là số phức có môđun

- A.  $3\sqrt{2}$                                       B.  $4\sqrt{2}$                                       C.  $5\sqrt{2}$                                       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 84.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ . Môđun của số phức  $w = \bar{z} + iz$

- A. 16                                      B. 8                                      C.  $8\sqrt{3}$                                       D.  $8\sqrt{2}$

**Câu 85.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + i)^2 (2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$  có môđun là

A. 1                                      B.  $\sqrt{5}$                                       C.  $\sqrt{17}$                                       D.  $\sqrt{13}$

**Câu 86.** D-2012. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$ . Môđun của số phức  $w = z+i+1$

A. 3                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

**Câu 87.** D-2012. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$ . Môđun của số phức  $w = z+i+1$

A. 3                                      B. 4                                      C. 6                                      D. 5

**Câu 88.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ . Môđun của số phức  $w = \bar{z} + iz$

A. 8                                      B. 16                                      C.  $8\sqrt{2}$                                       D.  $8\sqrt{3}$

**Câu 89.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$ . Tìm môđun của số phức  $w = z + 1 + i$ .

A. 3                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

**Câu 90.** Môđun của số phức  $z = \frac{(1+i)(2+i)}{1+2i}$  là:

A.  $2\sqrt{2}$                                       B.  $\sqrt{2}$                                       C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                                       D. 2

**Câu 91.** Cho  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - i\sqrt{2})^2$ . Modun của số phức  $z$  bằng :

A.  $|z| = 81$                                       B.  $|z| = 9$                                       C.  $|z| = \sqrt{39}$                                       D.  $|z| = 39$

**Câu 92.** Cho số phức  $z$  thỏa:  $2z + \bar{z} + 4i = 9$ . Khi đó, modun của  $z^2$  là

A. 25                                      B. 4                                      C. 16                                      D. 9

**Câu 93.** Cho phương trình  $(1+i)z - (2-i)\bar{z} = 3$ . Modul của số phức  $w = \frac{i-2z}{1-i}$  là?

A.  $\frac{\sqrt{122}}{4}$                                       B.  $\frac{\sqrt{122}}{2}$                                       C.  $\frac{\sqrt{122}}{5}$                                       D.  $\frac{\sqrt{122}}{3}$

**Câu 94.** Modun của số phức  $z = 1+4i+(1-i)^3$  là:

A.  $\sqrt{5}$                                       B. 1                                      C.  $\sqrt{2}$                                       D.  $\sqrt{3}$

**Câu 95.** Module của số phức  $z$  thỏa mãn  $z - (1+i)\bar{z} = (1+2i)^2$  là:

A.  $\sqrt{13}$                                       B.  $\sqrt{109}$                                       C.  $\sqrt{91}$                                       D. 13

**Câu 96.** Cho số phức :  $z = \frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$ . Kết luận nào sau đây là sai ?

A.  $z^2 = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$       B.  $\frac{1}{z} = \frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3})$       C.  $|z| = \frac{1}{2}$                                       D.  $\bar{z} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$



**Câu 97.** Cho 2 số phức  $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$ . Kết luận nào sau đây là sai?

- A.  $\frac{z_1}{z_2} = i$                       B.  $z_1 + z_2 = 2$                       C.  $|z_1 \cdot z_2| = 2$                       D.  $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$

**Câu 98.** Cho 2 số phức  $z_1 = 2 - i\sqrt{3}, z_2 = 4 + 3i$ . Lựa chọn phương án đúng :

- A.  $|z_1 + z_2| \geq 8$                       B.  $|z_1 - z_2| = 5\sqrt{7}$                       C.  $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{133}$                       D.  $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{\sqrt{7}}{5}$

**Câu 99.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $z + \bar{z} = 2bi$                       B.  $z - \bar{z} = 2a$                       C.  $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$                       D.  $|z^2| = |z|^2$

**Câu 100.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$ . Kết luận nào sau đây là sai:

- A.  $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$                       B.  $\frac{z_1}{z_2} = i$                       C.  $|z_1 \cdot z_2| = 2$                       D.  $z_1 + z_2 = 2$

**Câu 101.** Cho hai số phức :  $z_1 = 2 - \sqrt{3}i, z_2 = 4 + 3i$ . Lựa chọn phương án đúng

- A.  $|z_1 \cdot z_2| = 5$                       B.  $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{\sqrt{7}}{5}$                       C.  $|z_1 + z_2| \geq 8$                       D.  $z_1 - z_2 = 5\sqrt{7}$

**Câu 102.** Cho hai số phức  $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -4 + 3i, z_3 = z_1 \cdot z_2$ . Lựa chọn phương án đúng:

- A.  $|z_3| = 25$                       B.  $z_3 = |z_1|^2$                       C.  $\overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$                       D.  $z_1 = z_2$

**Câu 103.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} |z_1| = 1 \\ |z_2| = 1 \\ |z_1 + z_2| = \sqrt{3} \end{cases}$  Tính  $|z_1 - z_2|$

- A. 2                      B.  $-\sqrt{3}$                       C. 1                      D. 0

**Câu 104.** Trong các số phức sau, số nào thỏa điều kiện  $|z| = \left|\frac{1}{z}\right| = |z - 1|$  ?

- A.  $z = 2 - i\sqrt{3}$                       B.  $z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $z = 2 + i\sqrt{3}$                       D.  $z = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 105.** Cho  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  và các đẳng thức:

$$|z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2|; \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; |z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|; |z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|.$$

Số đẳng thức đúng trong các đẳng thức trên là

- A. 1                      B. 3                      C. 4                      D. 2

**Câu 106.** Cho  $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 - i$  tính:  $|z_1 + z_1 z_2|$

- A.  $\sqrt{130}$                       B.  $\sqrt{14}$                       C.  $\sqrt{20}$                       D.  $\sqrt{52}$

**Câu 107.** Cho số phức  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Nhận xét nào sau đây luôn đúng?

- A.  $|z|\sqrt{2} \leq |a| + |b|$       B.  $|z|\sqrt{2} \geq |a| + |b|$       C.  $|z| \geq \sqrt{2} |a| + |b|$       D.  $|z| \leq \sqrt{2} |a| + |b|$

**Câu 108.** Cho số phức  $z = \sqrt{3} + 2i$ . Tìm  $\bar{z}$  và  $|z|$

- A.  $\bar{z} = \sqrt{3} - 2i; |z| = 7$                       B.  $\bar{z} = -\sqrt{3} + 2i; |z| = \sqrt{7}$   
 C.  $\bar{z} = \sqrt{3} - 2i; |z| = \sqrt{7}$                       D.  $\bar{z} = -\sqrt{3} + 2i; |z| = 7$

**Câu 109.** Biết số phức  $z = -\frac{a}{c} - \frac{b}{c}i$  ( với  $a, b, c$  là những số tự nhiên) thỏa mãn  $\frac{iz - (1+3i)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$ . Khi đó,

giá trị của  $a$  là:

- A. -45                      B. 45                      C. -9                      D. 9

**Câu 110.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $z + \bar{z} = 2bi$                       B.  $z - \bar{z} = 2a$                       C.  $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$                       D.  $|z^2| = |z|^2$

**Câu 111.** Modul của số phức  $z = \sqrt{3} + i$

- A.  $\sqrt{3}$                       B. -2                      C. 1                      D. 2

**Câu 112.** Cho số phức  $z$  thỏa điều kiện  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i)$ . Modul của  $z$  là:

- A.  $\sqrt{27}$                       B.  $\sqrt{26}$                       C.  $\sqrt{25}$                       D.  $\sqrt{24}$

**4. Tìm số phức thỏa mãn biểu thức cho trước**

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $z(2-i) = 5(3-2i)$  là

- A.  $8 - i$                       B.  $8 + i$                       C.  $-8 - i$                       D.  $-8 + i$

**Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $z(1+i) = 2(2i+1)(3i+2)$  là

- A.  $3 + 11i$                       B.  $-3 + 11i$                       C.  $-3 - 11i$                       D.  $3 - 11i$

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\frac{1+3i}{z} = 2+i$  là

- A.  $1 + i$                       B.  $1 - i$                       C.  $-1 + i$                       D.  $-1 - i$

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $\frac{3+4i}{z(1+i)} = 2i-1$  là

- A.**  $-1/2 - 3i/2$       **B.**  $-1/2 + 3i/2$       **C.**  $1/2 - 3i/2$       **D.**  $1/2 + 3i/2$
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình  $2z - 3\bar{z} = -3 - 5i$  là  
**A.**  $3-i$       **B.**  $3+i$       **C.**  $-3-i$       **D.**  $-3+i$
- Câu 6.** Nghiệm của phương trình  $3z + 4\bar{z} = 21 - 4i$  là  
**A.**  $3+4i$       **B.**  $3-4i$       **C.**  $4+3i$       **D.**  $4-3i$
- Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $3z - (4-i)\bar{z} = -3 - 13i$  là  
**A.**  $1-2i$       **B.**  $1+2i$       **C.**  $-1-2i$       **D.**  $-1+2i$
- Câu 8.** Nghiệm của phương trình  $(1+3i)z - 4\bar{z} = -9 + 11i$  là  
**A.**  $2-i$       **B.**  $2+i$       **C.**  $-2-i$       **D.**  $-2+i$
- Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $(1-i)z - (2+i)\bar{z} = -2 - 13i$  là  
**A.**  $2-3i$       **B.**  $2+3i$       **C.**  $-2-3i$       **D.**  $-2+3i$
- Câu 10.** Một nghiệm của phương trình  $\frac{\bar{z}}{z} = \frac{3}{5} - \frac{4i}{5}$  với  $|z| = \sqrt{5}$  là  
**A.**  $2-i$       **B.**  $-2+i$       **C.**  $2+i$       **D.**  $2+i$
- Câu 11.** Có bao nhiêu số phức thỏa mãn phương trình  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$ :  
**A.**  $0$ .      **B.**  $1$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $2$ .
- Câu 12.** Số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $\bar{z} + 3z = (3-2i)^2(2+i)$  là:  
**A.**  $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$ .      **B.**  $z = 11 - 19i$ .      **C.**  $z = \frac{11}{2} + \frac{19}{2}i$ .      **D.**  $z = 11 + 19i$ .
- Câu 13.** Số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$  và  $z\bar{z} = 25$  là:  
**A.**  $z = 3 + 4i$ .      **B.**  $z = 3 - 4i$       **C.**  $z = 4 - 3i$       **D.**  $z = 4 + 3i$ .
- Câu 14.** Dạng  $z = a+bi$  của số phức  $\frac{1}{3+2i}$  là số phức nào dưới đây?  
**A.**  $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$       **B.**  $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$       **C.**  $-\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$       **D.**  $-\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$
- Câu 15.** Biểu diễn về dạng  $z = a+bi$  của số phức  $z = \frac{i^{2016}}{(1+2i)^2}$  là số phức nào?  
**A.**  $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$       **B.**  $\frac{-3}{25} + \frac{4}{25}i$       **C.**  $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$       **D.**  $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$
- Câu 16.** Tập hợp nghiệm của phương trình  $i.z + 2017 - i = 0$  là:  
**A.**  $\{1 + 2017i\}$       **B.**  $\{1 - 2017i\}$       **C.**  $\{-2017 + i\}$       **D.**  $\{1 - 2017i\}$

**Câu 17.** Tập nghiệm của phương trình  $(3-i)\bar{z} - 5 = 0$  là :

- A.  $\left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \right\}$       B.  $\left\{ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \right\}$       C.  $\left\{ -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \right\}$       D.  $\left\{ -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \right\}$

**Câu 18.** Nghiệm của phương trình  $(4 + 7i)z - (5 - 2i) = 6iz$  là:

- A.  $\frac{18}{7} - \frac{13}{7}i$       B.  $\frac{18}{17} - \frac{13}{17}i$       C.  $\frac{-18}{7} + \frac{13}{17}i$       D.  $\frac{18}{17} + \frac{13}{17}i$

**Câu 19.** Tìm số phức  $z$  biết rằng  $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2}$

- A.  $z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i$       B.  $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$       C.  $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$       D.  $z = \frac{10}{13} - \frac{14}{25}i$

**Câu 20.** Tìm số phức  $z$  biết :  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ ,  $z\bar{z} = 25$

- A.  $z = 5$ ;  $z = 3 - 4i$ .      B.  $z = -5$ ;  $z = 3 - 4i$ .      C.  $z = 5$  ;  $z = 3 + 4i$       D.  $z = -5$ ;  $z = 3 + 4i$

**Câu 21.** Tìm số phức  $z$ , biết  $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$

- A.  $\begin{cases} z = -1 + i\sqrt{3} \\ z = 2 - i\sqrt{3} \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = -1 + i\sqrt{3} \\ z = 2 + i\sqrt{3} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = -1 - i\sqrt{3} \\ z = 2 - i\sqrt{3} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = -1 - i\sqrt{3} \\ z = 2 + i\sqrt{3} \end{cases}$

**Câu 22.** Số phức  $z$  thỏa mãn pt :  $(2 + i)^2 (1 - i)z = 4 - 3i + (3 + i)z$  là :

- A.  $z = -1 + 3i/4$       B.  $1 - 3i/4$       C.  $-1 - 3i/4$       D.  $1 + 3i/4$

**Câu 23.** Nghiệm của pt :  $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$  là :

- A.  $z = -2 - 5i$       B.  $z = 2 + 5i$       C.  $z = -2 + 5i$       D.  $z = 2 - 5i$

**Câu 24.** Nghiệm phức của pt :  $((2 - i)\bar{z} + 3 + i)(iz + \frac{1}{2i}) = 0$  là :

- A.  $-1 + i$ ;  $1/2$       B.  $1 - i$ ;  $1/2$       C.  $1 + i$ ;  $1/2$       D.  $1 - i$ ;  $-1/2$

**Câu 25.** Trong C, phương trình  $iz + 2 - i = 0$  có nghiệm là:

- A.  $z = 1 - 2i$       B.  $z = 2 + i$       C.  $z = 1 + 2i$       D.  $z = 4 - 3i$

**Câu 26.** Trong C, phương trình  $(2 + 3i)z = z - 1$  có nghiệm là:

- A.  $z = \frac{7}{10} + \frac{9}{10}i$       B.  $z = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$       C.  $z = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$       D.  $z = \frac{6}{5} - \frac{2}{5}i$

**Câu 27.** Trong C, phương trình  $(2 - i)\bar{z} - 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$       B.  $z = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$       C.  $z = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$       D.  $z = \frac{7}{5} - \frac{3}{5}i$

**Câu 28.** Trong C, phương trình  $(iz)(\bar{z} - 2 + 3i) = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\begin{cases} z = i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = 5 + 3i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = -i \\ z = 2 + 3i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 3i \\ z = 2 - 5i \end{cases}$

**Câu 29.** Trong C, phương trình  $z^2 + 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = -2i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 1+i \\ z = 3-2i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 5+2i \\ z = 3-5i \end{cases}$

**Câu 30.** Trong C, phương trình  $\frac{4}{z+1} = 1-i$  có nghiệm là:

- A.  $z = 2 - i$       B.  $z = 3 + 2i$       C.  $z = 5 - 3i$       D.  $z = 1 + 2i$

**Câu 31.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$

- A. 0      B. 1      C. 3      D. 2

**Câu 32.** Cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn điều kiện  $(2x+3y+1)+(-x+2y)i = (3x-2y+2)+(4x-y-3)i$  là:

- A.  $\left(\frac{-9}{11}; \frac{-4}{11}\right)$       B.  $\left(\frac{9}{11}; \frac{4}{11}\right)$       C.  $\left(\frac{-4}{11}; \frac{-9}{11}\right)$       D.  $\left(\frac{4}{11}; \frac{9}{11}\right)$

**Câu 33.** Số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$  là:

- A.  $1+\sqrt{3}i$  và  $2 - \sqrt{3}i$       B. Đáp án khác      C.  $-1+\sqrt{3}i$  và  $2 - \sqrt{3}i$       D.  $-1+\sqrt{3}i$  và  $2 - \sqrt{3}i$

**Câu 34.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$  có dạng  $a+bi$  khi đó  $\frac{a}{b}$  bằng:

- A.  $\frac{1}{5}$       B. -5      C. 5      D.  $-\frac{1}{5}$

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - \frac{4}{z+1} = i$ . Số phức  $w = z^2 + i(z+1)$ . có dạng  $a+bi$  khi đó  $\frac{a}{b}$  là:

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $-\frac{4}{3}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $-\frac{4}{3}$

**Câu 36.** Nghiệm của phương trình  $3x+(2+3i)(1-2i) = 5+4i$  trên tập số phức là:

- A.  $1-\frac{5}{3}i$       B.  $-1+\frac{5}{3}i$       C.  $1+\frac{5}{3}i$       D.  $-1-\frac{5}{3}i$

**Câu 37.** Các số thực  $x, y$  thoả mãn:  $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$  là

- A.  $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$       B.  $(x; y) = \left(-\frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$       C.  $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$       D.  $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}\right)$

**Câu 38.** Số phức  $z$  thỏa  $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$  là:

- A.  $z = -3-i$       B.  $z = -2-i$       C.  $z = 2-i$       D.  $z = 2+i$

**Câu 39.** Các số thực  $x, y$  thoả mãn:  $x^2 - y - (2y+4)i = 2i$  là:

- A.  $(x; y) = (\sqrt{3}; -3); (x; y) = (-\sqrt{3}; 3)$       B.  $(x; y) = (\sqrt{3}; 3); (x; y) = (\sqrt{3}; -3)$

**Câu 40.** Nghiệm của phương trình  $2ix + 3 = 5x + 4$  trên tập số phức là:

- A.  $-\frac{23}{29} - \frac{14}{29}i$       B.  $\frac{23}{29} - \frac{14}{29}i$       C.  $-\frac{23}{29} + \frac{14}{29}i$       D.  $\frac{23}{29} + \frac{14}{29}i$

**Câu 41.** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $z - \frac{4}{z+1} = i$ . Số phức  $w = z^2 + i(z+1)$ . có dạng  $a+bi$  khi đó  $\frac{a}{b}$  là:

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $-\frac{4}{3}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $-\frac{4}{3}$

**Câu 42.** Số phức  $z$  thoả mãn:  $(1+i)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i$ . là:

- A.  $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ .      B.  $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$       C.  $z = 1 + \frac{3}{2}i$       D.  $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

**Câu 43.** Số phức  $z$  thoả mãn:  $(1+i)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i$ . là:

- A.  $z = 1 + \frac{3}{2}i$       B.  $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$       C.  $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$       D.  $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ .

**Câu 44.** Tìm số phức  $z$  biết  $2z + 3i - \bar{z} = 5z + 4\bar{z}$

- A.  $z = \frac{3}{2}i$       B.  $z = -\frac{3}{2}i$       C.  $z = \frac{3}{2}$       D.  $z = \frac{3}{2} + i$

**Câu 45.** Cho số phức  $z$  thoả mãn phương trình  $z - (1-9i) = (2+3i)\bar{z}$ . Phần thực của số phức  $\bar{z}$  là:

- A. -1      B. 2      C. 1      D. -2

**Câu 46.** Tập nghiệm trong  $\mathbb{C}$  của phương trình  $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$  là:

- A.  $\{-1; 1; i\}$       B.  $\{-i; i; -1\}$       C.  $\{-1\}$       D.  $\{-i; i; 1\}$

**Câu 47.** Biết rằng số phức  $z = x + iy$  thoả  $z^2 = -8 + 6i$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ xy = 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$       D.  $x^2 + y^2 + 2xy = -8 + 6i$

**Câu 48.** Cho số phức  $z = (m-1) + (m-2)i$  ( $m \in \mathbb{R}$ ). Giá trị nào của  $m$  để  $|z| \leq \sqrt{5}$

- A.  $-2 \leq m \leq 6$       B.  $-6 \leq m \leq 2$       C.  $2 \leq m \leq 6$       D.  $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 2 \end{cases}$

**Câu 115.** Số phức  $z$  thoả mãn  $(7-3i)z + (2+3i) = (5-4i)z$  là:

- A.  $z = -\frac{7}{5} - \frac{4}{5}i$       B.  $z = -\frac{6}{5} - \frac{4}{5}i$       C.  $z = \frac{2}{5} - \frac{6}{5}i$       D.  $z = -\frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$

**Câu 116.** Tìm số phức  $z$  biết  $i(z - 2 + 3i) - 4i = 5 - i$

- A.  $z = -5 - 8i$       B.  $z = 5 - 8i$       C.  $z = 5 + 8i$       D.  $z = -5 + 8i$

**Câu 117.** Tìm một số phức  $z$  thỏa  $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$

- A.  $z = 1 - \sqrt{3}i$       B.  $z = 2 - \sqrt{3}i$       C.  $z = 1 + \sqrt{3}i$       D.  $z = -2 - \sqrt{3}i$

**Câu 118.** Cho số phức  $b = -1 - i$ ;  $c = 2i$ ;  $d = 2 - 2i$ . Viết số phức  $z = \frac{c-b}{d-b}$  ở dạng chuẩn.

- A.  $z = 4$       B.  $z = 4 - 3i$       C.  $z = 3 + 2i$       D.  $z = i$

**Câu 119.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(2x - y)i + y(1 - 2i)^2 = 3 + 7i$  lần lượt là:

- A.  $x = 2; y = -1$       B.  $x = -2; y = 1$       C.  $x = -1; y = 2$       D.  $x = 1; y = -2$

**Câu 120.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $z = (1+i)(3-2i) - \frac{5i\bar{z}}{2+i}$ . Số phức  $z$  là:

- A.  $\frac{1}{2} - 2i$       B.  $1 - 2i$       C.  $1 + 2i$       D.  $\frac{1}{2} + 2i$

**Câu 121.** Cho hai số phức  $z_1 = (1 - i)(2i - 3)$ ,  $z_2 = (-i - 1)(3 + 2i)$ . Lựa chọn phương án đúng:

- A.  $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$       B.  $z_1 - z_2 \in \mathbb{R}$       C.  $z_1 \cdot \bar{z}_2 \in \mathbb{R}$       D.  $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$

**Câu 122.** Tìm số phức  $z$  biết  $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$

- A.  $z = 2 + i$       B.  $z = -2 - i$       C.  $z = -2 + i$       D.  $z = 2 - i$

**Câu 123.** Số phức liên hợp của số phức  $z = (1+i)^{15}$  là:

- A.  $\bar{z} = -128 - 128i$       B.  $\bar{z} = -i$       C.  $\bar{z} = 128 + 128i$       D.  $\bar{z} = 128 - 128i$

**Câu 124.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$  và  $z\bar{z} = 25$ .

- A.  $z = 3 + 4i; z = -5$       B.  $z = 3 + 4i; z = 5$       C.  $z = 3 - 4i; z = 5$       D.  $z = -3 + 4i; z = 5$

**Câu 125.** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức:  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = -35 + 23i$

- A.  $(x; y) = (-3; -4)$       B.  $(x; y) = (-3; 4)$       C.  $(x; y) = (3; -4)$       D.  $(x; y) = (3; 4)$

**Câu 126.** Nghiệm phương trình  $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^4 = 1$  là:

- A.  $z = 0; z = 1$       B.  $z = 0; z = -1$       C.  $z = 0; z = \pm 1$       D. Đáp án khác.

**Câu 127.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $\frac{z}{4-3i} + 2 - 3i = 5 - 2iz$

A.  $z = \frac{2}{13} - \frac{11}{13}i$       B.  $z = \frac{171}{113} - \frac{147}{113}i$       C.  $z = \frac{25}{196} + \frac{31}{196}i$       D.  $z = \frac{1}{21} - \frac{3}{21}i$

**Câu 128.** Tìm số phức liên hợp của:  $z = (1+i)(3-2i) + \frac{1}{3+i}$

A.  $\bar{z} = -\frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$       B.  $\bar{z} = \frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$       C.  $\bar{z} = -\frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$       D.  $\bar{z} = \frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$

**Câu 129.** Cho số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ . Khi đó  $z \cdot z^7 \cdot z^{15} =$

A.  $-i$       B.  $1$       C.  $i$       D.  $-1$

**Câu 130.** Số nghiệm phức  $z$  của phương trình  $z^2 + \bar{z} = 0$  là:

A.  $4$       B.  $3$       C.  $1$       D.  $2$

**Câu 131.** Cho 2 số thực  $x, y$  thỏa phương trình:  $2x + 3 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + 3yi - x$ .

Khi đó:  $x^2 - 3xy - y =$

A.  $-3$       B.  $1$       C.  $-2$       D.  $-1$

**Câu 132.** Xét số phức  $z = \frac{1-m}{1-m(m-2i)}$  ( $m \in R$ ). Tìm  $m$  để  $z \cdot \bar{z} = \frac{1}{2}$ .

A.  $m = 0, m = 1$       B.  $m = -1$       C.  $m = \pm 1$       D.  $m = 1$

**Câu 133.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời hệ:  $\begin{cases} |z^2 + \bar{z}| = 2 \\ |z| = 2 \end{cases}$  là:

A.  $z = -1; z = 1 \pm \sqrt{3}i$       B.  $z = -1; z = 1 \pm \sqrt{2}i$       C.  $z = 1; z = 1 \pm \sqrt{2}i$       D.  $z = 1; z = 1 \pm \sqrt{3}i$

**Câu 134.** Các số  $x; y \in R$  thỏa mãn đẳng thức  $(1-i)(x-yi) + (2y-x)i = 3-2i$ . Khi đó tổng  $x+3y$  là:

A.  $-7$       B.  $-1$       C.  $13$       D.  $-13$

**Câu 135.** Cho số phức  $z = x + yi$ ;  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $z^3 = 18 + 26i$ . Giá trị của  $T = (z-2)^{2021} + (4-z)^{2012}$  là:

A.  $-2^{1007}$       B.  $3^{1007}$       C.  $2^{1007}$       D.  $-2^{1006}$

**Câu 136.** Tập hợp các nghiệm của phương trình  $z = \frac{z}{z+i}$  là

A.  $\{0; 1-i\}$       B.  $\{0\}$       C.  $\{1-i\}$       D.  $\{0; 1\}$

**Câu 137.** Khi số phức  $z \neq 0$  thay đổi tùy ý thì tập hợp các số  $z^2 + 1$  là

A. Tập hợp các số thực lớn hơn 1      B. Tập hợp các số phức khác 1



C. Tập hợp các số phức khác 0 và  $-i$

D. Tập hợp tất cả các số phức

**Câu 138.** Tìm số phức  $z$  để  $z - \bar{z} = z^2$  ta được kết quả :

A.  $z = 0$  hay  $z = i$

B.  $z = 0$  hay  $z = 1$

C.  $z = 0, z = 1 + i$  hay  $z = 1 - i$

D.  $z = 1$  hay  $z = -i$

**Câu 139.** Tìm số phức  $z$  biết:  $\bar{z} + 3z = (3 - 2i)^2(1 + i)$

A.  $z = \frac{17 - 14i}{4}$

B.  $z = \frac{17 + 14i}{4}$

C.  $z = \frac{17}{4} + \frac{7}{4}i$

D.  $z = \frac{17}{4} + \frac{7}{2}i$

**Câu 140.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $(2 + i)\bar{z} + iz^2 - 2i(1 + i) = 33 - 5i$

A.  $z = 3 - 5i$

B.  $z = -3 + 5i$

C.  $z = 3 + 5i$

D.  $z = -3 - 5i$

**Câu 141.** Có bao nhiêu số phức thỏa mãn  $z^2 + |z| = 0$  :

A. 1

B. 4.

C. 3

D. 2

**Câu 142.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = 9 + 2i$  và  $2z - \bar{z} = 3 - 6i$  là:

A.  $z = -3 + 2i$

B.  $z = 3 + 2i$

C.  $z = -3 - 2i$

D.  $z = 3 - 2i$

A.  $5i$

B.  $-2$

C.  $2$

D.  $-5$

**Câu 143.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$  và  $z \cdot \bar{z} = 25$  :

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4.

**Câu 144.** Cho số phức  $z = (3x + 10) + (3y - 5)i$  và  $z' = (3 - 2y) + (5x - 6)i$ . Tìm các số thực  $x, y$  để  $z = z'$

A.  $x = -1; y = 2$

B.  $x = -1; y = -2$

C.  $x = 1; y = 2$

D.  $x = 1; y = -2$

**Câu 145.** Số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i$  là:

A.  $z = 2 + 3i$

B.  $z = 2 + 5i$

C.  $z = -1 + 5i$

D.  $z = -2 + 3i$

**Câu 146.** Các số thực  $x$  và  $y$  thỏa  $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$  là

A. Kết quả khác

B.  $\begin{cases} x = -\frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$

**Câu 147.** Tìm số phức  $z$  biết:  $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$

A.  $z = -\frac{2}{3} + 4i$

B.  $z = \frac{2}{3} - 4i$

C.  $z = \frac{2}{3} + 4i$

D.  $z = -\frac{2}{3} - 4i$

**Câu 148.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + \bar{z} = 6; z \cdot \bar{z} = 25$ . Số giá trị của  $z$  thỏa mãn là:

**Câu 149.** Tìm cặp số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $x + 2y + 2x - y i = 2x + y + x + 2y i$

- A.  $x = y = \frac{1}{2}$       B.  $x = \frac{1}{3}; y = \frac{2}{3}$       C.  $x = y = 0$       D.  $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{2}{3}$

**Câu 150.** Cho  $x, y$  là 2 số thực thỏa điều kiện:  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{y-1}{1+i}$  là:

- A.  $x = -1; y = 1$       B.  $x = -1; y = 2$       C.  $x = 1; y = -3$       D.  $x = 1; y = 3$

**Câu 151.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$  và  $z \cdot \bar{z} = 25$  là:

- A.  $z = 3 - 4i$  hoặc  $z = 5$       B.  $z = 3 + 4i$  hoặc  $z = 5$   
 C.  $z = 3 - 4i$  hoặc  $z = -5$       D.  $z = 3 + 4i$  hoặc  $z = -5$

**Câu 152.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$  là:

- A.  $x = \frac{1}{7}, y = -\frac{4}{7}$       B.  $x = -\frac{1}{7}, y = \frac{4}{7}$       C.  $x = -\frac{1}{7}, y = -\frac{4}{7}$       D.  $x = \frac{1}{7}, y = \frac{4}{7}$

**Câu 153.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$  là:

- A.  $1 - 2i$ .      B.  $1 + 2i$ .      C.  $2 - i$ .      D.  $2 + i$ .

**Câu 154.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa điều kiện:  $2(\bar{z} + 1) + z - 1 = (1 - i)|z|^2$  ?

- A. 2      B. 3      C. 1      D. 4

**Câu 155.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)z - 2 - 4i = 0$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

- A.  $\bar{z} = 3 + 2i$       B.  $\bar{z} = 3 + i$       C.  $\bar{z} = 3 - i$       D.  $\bar{z} = 3 - 2i$

**Câu 156.** Giải pt  $|z| + z = 2 + 4i$  có nghiệm là

- A.  $-3 + 4i$       B.  $-4 + 4i$       C.  $-2 + 4i$       D.  $-5 + 4i$

**Câu 157.** Số phức  $z$  thỏa điều kiện  $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$  và  $z \cdot \bar{z} = 25$  là:

- A.  $z = 5; z = 3 + 4i$       B.  $z = -5; z = 3 + 4i$       C.  $z = 5; z = 3 - 4i$       D.  $z = -5; z = 3 - 4i$

**Câu 158.** Tìm số phức  $z$  biết

- A.  $z = 3 - 4i$       B.  $z = -3 + 4i$       C.  $z = 3 + 4i$       D.  $z = -3 - 4i$

**Câu 159.** Số phức  $z$  thỏa mãn hệ  $\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases}$  là:

- A.  $z = -1 - i$       B.  $z = 1 + i$       C.  $z = 1 - i$       D.  $z = -1 + i$

**Câu 160.** Tìm số phức  $\omega = 2 \cdot \overline{z_1 \cdot z_2}$ , biết  $z_1 = 4 - 3i + (1 - i)^3$ ;  $z_2 = \frac{2 + 4i - 2(1 - i)^3}{1 + i}$ .

- A.  $\omega = 18 - 75i$ .      B.  $\omega = 18 + 74i$ .      C.  $\omega = 18 + 75i$ .      D.  $\omega = 18 - 74i$ .

**Câu 161.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + i)z - 2 - 4i = 0$ . Số phức liên hợp của  $z$  là:

- A.  $\bar{z} = 3 + 2i$       B.  $\bar{z} = 3 + i$       C.  $\bar{z} = 3 - 2i$       D.  $\bar{z} = 3 - i$

**Câu 162.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} + 2\bar{z} = 19 - 4i$

- A. 1      B. 2      C. 0      D. 3

**Câu 163.** Tìm số phức  $\omega = 2 \cdot \overline{z_1 \cdot z_2}$ , biết  $z_1 = 4 - 3i + (1 - i)^3$ ;  $z_2 = \frac{2 + 4i - 2(1 - i)^3}{1 + i}$ .

- A.  $\omega = 18 - 75i$ .      B.  $\omega = 18 + 74i$ .      C.  $\omega = 18 - 74i$ .      D.  $\omega = 18 + 75i$ .

## 5. Một số dạng khác

**Câu 1.** Cho  $a \in \mathbb{R}$  biểu thức  $a^2 + 1$  phân tích thành thừa số phức là:

- A.  $(a + i)(a - i)$       B.  $i(a + i)$   
 C.  $(1 + i)(a^2 - i)$       D. Không thể phân tích được thành thừa số phức

**Câu 2.** Cho  $a \in \mathbb{R}$  biểu thức  $2a^2 + 3$  phân tích thành thừa số phức là:

- A.  $(3 + 2ai)(3 - 2ai)$       B.  $(\sqrt{2a} + \sqrt{3i})(\sqrt{2a} - \sqrt{3i})$   
 C.  $(1 + i)(2a - i)$       D. Không thể phân tích được thành thừa số phức

**Câu 3.** Cho  $a, b \in \mathbb{R}$  biểu thức  $4a^2 + 9b^2$  phân tích thành thừa số phức là:

- A.  $(4a + 9i)(4a - 9i)$       B.  $(4a + 9bi)(4a - 9bi)$   
 C.  $(2a + 3bi)(2a - 3bi)$       D. Không thể phân tích được thành thừa số phức

**Câu 4.** Cho  $a, b \in \mathbb{R}$  biểu thức  $3a^2 + 5b^2$  phân tích thành thừa số phức là:

- A.  $(\sqrt{3a} + \sqrt{5bi})(\sqrt{3a} - \sqrt{5bi})$       B.  $(\sqrt{3a} + \sqrt{5i})(\sqrt{3a} - \sqrt{5i})$   
 C.  $(3a + 5bi)(3a - 5bi)$       D. Không thể phân tích được thành thừa số phức

**Câu 5.** Các giá trị thực của  $m$  để phương trình sau có ít nhất một nghiệm thực  $z^3 + (3 + i)z^2 - 3z - (m + i) = 0$  là:

- A.  $m = 1$  hoặc  $m = 5$       B.  $m = 1$       C.  $m = 5$       D.  $m = 4$

**Câu 6.** Cho hai số phức  $z_1 = ax + b$ ,  $z_2 = cx + d$  và các mệnh đề sau

$$(I) \frac{1}{z_1} = \frac{z}{a^2 + b^2}; \quad (II) \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}; \quad (III) \overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}.$$

Mệnh đề đúng là

- A. Chỉ (I) và (III)      B. Cả (I), (II) và (III)      C. Chỉ (I) và (II)      D. Chỉ (II) và (III)

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- A. Cho  $x, y$  là hai số phức thì số phức  $x + \bar{y}$  có số phức liên hợp là  $\bar{x} + y$   
 B. Số phức  $z = a + bi$  thì  $z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - b^2)$   
 C. Cho  $x, y$  là hai số phức thì số phức  $x\bar{y}$  có số phức liên hợp là  $\bar{x}y$   
 D. Cho  $x, y$  là hai số phức thì số phức  $x - \bar{y}$  có số phức liên hợp là  $\bar{x} - y$

**Câu 8.** Số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$  bằng:

- A.  $-i$       B. 2      C.  $i$       D.  $-2$

**Câu 9.** Giá trị của  $\left(\frac{i}{1-i}\right)^{2024}$  là

- A.  $-\frac{1}{2^{2024}}$       B.  $\frac{1}{2^{1012}}$       C.  $\frac{1}{2^{2024}}$       D.  $-\frac{1}{2^{1012}}$

**Câu 10.** Giá trị  $i^{2008}$  bằng

- A.  $i$       B.  $-1$       C.  $-i$       D. 1

**Câu 11.** Giá trị biểu thức  $(1+i)^{10}$  bằng

- A.  $i$       B. Kết quả khác      C.  $-32i$       D.  $32i$

**Câu 12.** Giá trị của biểu thức  $A = i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$  là:

- A.  $2i$       B. 2      C.  $-2i$       D.  $-2$

**Câu 13.** Tính  $P = [(1+5i) - (1+3i)]^{2007}$  kết quả là

- A.  $-2^{2007}i$       B.  $2007i$       C.  $-2^{2007}$       D.  $2^{2007}i$

**Câu 14.** Tính giá trị  $P = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{11}$  là

- A.  $-1$       B. 0      C.  $1+i$       D.  $1-i$

**Câu 15.** Đẳng thức nào trong các đẳng thức sau là đúng ?

- A.  $i^{2345} = i$       B.  $i^{2006} = -i$       C.  $i^{1977} = -1$       D.  $i^{2005} = 1$

**Câu 16.** Giá trị biểu thức  $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2017}$  là:

A.  $1-i$

B.  $-i$

C.  $i$

D.  $1+i$

**Câu 17.** Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau :

A.  $(1+i)^{2018} = 2^{1009}i$     B.  $(1+i)^{2018} = -2^{1009}i$     C.  $(1+i)^{2018} = -2^{1009}$     D.  $(1+i)^{2018} = 2^{1009}$

**Câu 18.** Với mọi số phức  $z$ , ta có  $|z+1|^2$  bằng

A.  $z+\bar{z}+1$

B.  $z.\bar{z}+z+\bar{z}+1$

C.  $z.\bar{z}+1$

D.  $|z|^2+2|z|+1$

**Câu 19.** Giá trị của  $1+i^2+i^4+\dots+i^{4k}$  với  $k \in \mathbb{N}^*$  là

A.  $2ki$

B.  $2k$

C.  $0$

D.  $1$

## CHỦ ĐỀ 2. CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC

### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

Định nghĩa: Cho số phức  $z = a+bi$ . Căn bậc hai của số phức  $z$  là số phức  $z_1 = a_1+b_1i$  thỏa mãn  $z_1^2 = z$

**Ví dụ 1:** Tìm các căn bậc hai của số phức  $z = 5+12i$

**Lời giải:** Giả sử  $m+ni$  ( $m, n \in \mathbb{R}$ ) là căn bậc hai của  $z$

Ta có:  $(m+ni)^2 = 5+12i \Leftrightarrow m^2 + 2mni + n^2i^2 = 5+12i \Leftrightarrow m^2 + 2mni - n^2 = 5+12i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 5 \\ 2mn = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 5(1) \\ m = \frac{6}{n}(2) \end{cases} \text{ Thay (2) vào (1) ta có: } \left(\frac{6}{n}\right)^2 - n^2 = 5 \Leftrightarrow 36 - n^4 = 5n^2$$

$$\Leftrightarrow n^4 + 5n^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 = 4 \\ n^2 = -9(l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \Rightarrow m = 3 \\ n = -2 \Rightarrow m = -3 \end{cases}$$

Vậy  $z$  có hai căn bậc hai là  $3+2i$  và  $-3-2i$

**Ví dụ 2:** Tìm các căn bậc hai của số phức  $z = -164 + 48\sqrt{5}i$

**Lời giải:** Giả sử  $m+ni$  ( $m, n \in \mathbb{R}$ ) là căn bậc hai của  $z$

$$\text{Ta có: } (m+ni)^2 = -164 + 48\sqrt{5}i \Leftrightarrow m^2 + 2mni - n^2 = -164 + 48\sqrt{5}i \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = -164 \\ 2mn = 48\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = -164(1) \\ n = \frac{24\sqrt{5}}{m}(2) \end{cases}$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta có: } m^2 - \left(\frac{24\sqrt{5}}{m}\right)^2 = -164 \Leftrightarrow m^4 + 164m^2 - 2880 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 16 \\ m^2 = -180(l) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \Rightarrow n = 6\sqrt{5} \\ n = -4 \Rightarrow m = -6\sqrt{5} \end{cases} \text{ . Vậy } z \text{ có hai căn bậc hai là } 4+6\sqrt{5}i, -4-6\sqrt{5}i$$

**II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 1.** Cho hai số phức  $z = x + yi$  và  $u = a + bi$ . Nếu  $z^2 = u$  thì hệ thức nào sau đây là đúng:

- A.  $\begin{cases} x^2 - y^2 = a^2 \\ 2xy = b^2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x + y = b^2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x - y = a \\ 2xy = b \end{cases}$

**Câu 2.** Cho số phức  $u = 3 + 4i$ . Nếu  $z^2 = u$  thì ta có:

- A.  $\begin{cases} z = 1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 2 + i \\ z = -2 - i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 4 + i \\ z = -4 - i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 2 - i \end{cases}$

**Câu 3.** Cho số phức  $u = -1 + 2\sqrt{2}i$ . Nếu  $z^2 = u$  thì ta có:

- A.  $\begin{cases} z = \sqrt{2} + i \\ z = 2\sqrt{2} - i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = \sqrt{2} + 2i \\ z = \sqrt{2} - i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 2 - i \end{cases}$

**Câu 4.** Cho  $(x + 2i)^2 = yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của  $x$  và  $y$  bằng:

- A.  $x = 2$  và  $y = 8$  hoặc  $x = -2$  và  $y = -8$       B.  $x = 3$  và  $y = 12$  hoặc  $x = -3$  và  $y = -12$   
 C.  $x = 1$  và  $y = 4$  hoặc  $x = -1$  và  $y = -4$       D.  $x = 4$  và  $y = 16$  hoặc  $x = -4$  và  $y = -16$

**Câu 5.** Cho  $(x + 2i)^2 = 3x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của  $x$  và  $y$  bằng:

- A.  $x = 1$  và  $y = 2$  hoặc  $x = 2$  và  $y = 4$       B.  $x = -1$  và  $y = -4$  hoặc  $x = 4$  và  $y = 16$   
 C.  $x = 2$  và  $y = 5$  hoặc  $x = 3$  và  $y = -4$       D.  $x = 6$  và  $y = 1$  hoặc  $x = 0$  và  $y = 4$

**Câu 20.** Căn bậc hai của số phức  $z = 6 - 8i$  là:

- A.  $\{-2\sqrt{2} + \sqrt{2}i; -2\sqrt{2} - \sqrt{2}i\}$       B.  $\{\sqrt{2}; -2\sqrt{2}i; -\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i\}$   
 C.  $\{\sqrt{2} + 2i; \sqrt{2}; -2i\}$       D.  $\{-28; +96i; -28; -96i\}$

**Câu 21.** Cho số phức  $z = -5 - 12i$ . Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. Số phức liên hợp của  $z$  là  $\bar{z} = 5 - 12i$       B.  $w = 2 - 3i$  là một căn bậc hai của  $z$   
 C. Modun của  $z$  là 13      D.  $z^{-1} = -\frac{5}{169} + \frac{12}{169}i$

**Câu 22.** Các căn bậc hai của số phức  $-117 + 44i$  là:

- A.  $\pm(2 + 11i)$       B.  $\pm(2 - 11i)$       C.  $\pm(7 + 4i)$       D.  $\pm(7 - 4i)$

**Câu 23.** Tìm các căn bậc hai của số phức sau:  $4 + 6\sqrt{5}i$

- A.  $z_1 = 3 - \sqrt{5}i$  và  $z_2 = -3 - \sqrt{5}i$       B. Đáp án khác  
 C.  $z_1 = -3 + \sqrt{5}i$  và  $z_2 = 3 + \sqrt{5}i$       D.  $z_1 = 3 + \sqrt{5}i$  và  $z_2 = -3 - \sqrt{5}i$

**Câu 24.** Các căn bậc hai của  $8 + 6i$  là

- A. Kết quả khác      B.  $\begin{cases} \beta_1 = 3-i \\ \beta_2 = -3-i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} \beta_1 = 3+i \\ \beta_2 = 3-i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} \beta_1 = 3+i \\ \beta_2 = -3-i \end{cases}$

**Câu 25.** Tìm các căn bậc hai của -9

- A. -3      B. 3      C. 3i      D.  $\pm 3i$

**Câu 26.** Tìm căn bậc hai của số phức  $z = 7 - 24i$

- A.  $z = -4 - 3i$  và  $z = 4 + 3i$       B.  $z = -4 - 3i$  và  $z = -4 + 3i$   
 C.  $z = 4 - 3i$  và  $z = 4 + 3i$       D.  $z = 4 - 3i$  và  $z = -4 + 3i$

**Câu 27.** Phát biểu nào sau đây là đúng:

- A. Mọi số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  của nó có bình phương bằng nhau.  
 B. Mọi số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  của nó có căn bậc hai bằng nhau.  
 C. Mọi số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  của nó có phần ảo bằng nhau.  
 D. Mọi số phức  $z$  và số phức liên hợp  $\bar{z}$  của nó có mô đun bằng nhau.

**Câu 28.** Tìm các căn bậc 2 của số phức  $z = \frac{1+9i}{1-i} - 6i$

- A.  $\pm 4i$       B.  $\pm 2i$       C.  $\pm 2$       D.  $\pm 4$

**Câu 29.** Căn bậc hai của số phức  $z = 8 + 6i$  là

- A.  $3 + i; -3 - i$       B.  $-3 + i; 3 - i$       C.  $3 - i; 3 + i$       D.  $3 - i; -3 + i$

**Câu 30.** Căn bậc hai của số phức  $4 + 6\sqrt{5}i$  là:

- A.  $z_1 = 3 - \sqrt{5}i, z_2 = -3 - \sqrt{5}i$       B.  $z_1 = 3 + \sqrt{5}i, z_2 = -3 - \sqrt{5}i$   
 C.  $z_1 = 3 + \sqrt{5}i, z_2 = 3 - \sqrt{5}i$       D.  $z_1 = 3 + \sqrt{5}i, z_2 = -3 + \sqrt{5}i$

**Câu 31.** Gọi  $z$  là căn bậc hai của  $33 - 56i$  có phần ảo âm, phần thực của  $z$  là

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

**Câu 32.** Căn bậc hai của -4 là

- A.  $-2i$       B.  $2i$       C.  $\pm 2i$       D. Không xác định

### CHỦ ĐỀ 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TRÊN TẬP SỐ PHỨC

#### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Phương pháp:** Xét phương trình  $az^2 + bz + c = 0 (a, b, c \in C; a \neq 0)$

Tính  $\Delta = b^2 - 4ac$

Gọi  $\pm k$  là căn bậc hai của  $\Delta$ , nghiệm của phương trình là:  $z = \frac{-b-k}{2a}, z = \frac{-b+k}{2a}$

Đặc biệt nếu  $b=2b'$ , ta tính  $\Delta'$

Gọi  $\pm k'$  là căn bậc hai của  $\Delta'$ , nghiệm của phương trình là:  $z = \frac{-b'-k'}{a}$ ,  $z = \frac{-b'+k'}{a}$

**Ví dụ 1:** Giải phương trình:  $z^2 - (3i+8)z + 11i + 13 = 0$

**Lời giải:**  $\Delta = (3i+8)^2 - 4(11i+13) = 4i+3$ . Giả sử  $m+ni$  ( $m; n \in \mathbb{R}$ ) là căn bậc hai của  $\Delta$

Ta có:  $(m+ni)^2 = 5+12i \Leftrightarrow m^2 + 2mni + n^2i^2 = 3+4i \Leftrightarrow m^2 + 2mni - n^2 = 3+4i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 3 \\ 2mn = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 3(1) \\ n = \frac{2}{m}(2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có:  $m^2 - \left(\frac{2}{m}\right)^2 = 3 \Leftrightarrow m^4 - 3m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m^2 = -1 \end{cases} \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \Rightarrow n = 1 \\ m = -2 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$

Vậy  $\Delta$  có hai căn bậc hai là  $2+i$  và  $-2-i$ . Do đó nghiệm của phương trình là  $\begin{cases} z = \frac{3i+8+i+2}{2} = 2i+5 \\ z = \frac{3i+8-i-2}{2} = i+3 \end{cases}$

**Ví dụ 2.** Giải phương trình:  $z^2 + 4z + 7 = 0$

**Lời giải:**  $\Delta' = 2^2 - 7 = -3 = 3i^2 \Rightarrow$  các căn bậc hai của  $\Delta'$  là  $\pm i\sqrt{3}$

Vậy nghiệm của phương trình là:  $z = -2 + \sqrt{3}i$ ,  $z = -2 - \sqrt{3}i$

**Ví dụ 3.** giải phương trình:  $z^3 + 4z^2 + (4+i)z + 3 + 3i = 0$  (1)

**Lời giải:** Để thấy  $z=-i$  là nghiệm của (1) nên (1)  $\Leftrightarrow (z+i)(z^2 + (4-i)z + 3-3i) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z+i=0 \\ z^2 + (4-i)z + 3-3i=0(2) \end{cases}$$

Giải (2). Ta có:  $\Delta = (4-i)^2 - 12 + 12i = 16 - 1 - 8i - 12 + 12i = 3 + 4i = 4 + 2.2.i + i^2 = (2+i)^2$

Vậy  $\Delta$  có hai căn bậc hai là:  $2+i$  và  $-2-i$ . Do đó nghiệm của (2) là  $\begin{cases} z = \frac{-4+i+2+i}{2} = -1+i \\ z = \frac{-4+i-2-i-2}{2} = -3 \end{cases}$

Vậy (1) có 3 nghiệm là  $-i, -3, -1+i$ .

**Ví dụ 4.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình:  $2(1+i)z^2 - 4(2-i)z - 5 - 3i = 0$ .

Tính  $|z_1|^2 + |z_2|^2$ .

**Lời giải:** Ta có  $\Delta' = 4(2-i)^2 + 2(1+i)(5+3i) = 16$ . Vậy phương trình có hai nghiệm phức



$$z_1 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i. \text{ Do đó } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 9.$$

**Ví dụ 5.** Gọi  $z_1, z_2, z_3, z_4$  là bốn nghiệm của phương trình  $z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z - 4 = 0$  trên tập số phức tính tổng:

$$S = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \frac{1}{z_3^2} + \frac{1}{z_4^2}.$$

**Lời giải:** PT:  $z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z - 4 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z+2)(z^2 - 2z + 2) = 0$  (1)

Không mất tính tổng quát ta gọi 4 nghiệm của (1) là

$$\begin{cases} z_1 = 1 \\ z_2 = -2 \\ z_3 = 1+i \\ z_4 = 1-i \end{cases}$$

Thay vào biểu thức ta có:  $S = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \frac{1}{z_3^2} + \frac{1}{z_4^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{(1-i)^2} + \frac{1}{(1+i)^2} = \frac{5}{4}$

**Ví dụ 6.** Giải phương trình sau trên tập số phức C:  $z^4 - z^3 + \frac{z^2}{2} + z + 1 = 0$  (1)

**Lời giải:** Nhận xét  $z=0$  không là nghiệm của phương trình (1) vậy  $z \neq 0$

Chia hai vế PT (1) cho  $z^2$  ta được:  $(z^2 + \frac{1}{z^2}) - (z - \frac{1}{z}) + \frac{1}{2} = 0$  (2)

Đặt  $t = z - \frac{1}{z}$  Khi đó  $t^2 = z^2 + \frac{1}{z^2} - 2 \Leftrightarrow z^2 + \frac{1}{z^2} = t^2 + 2$ . Phương trình (2) có dạng:  $t^2 - t + \frac{5}{2} = 0$  (3)

$\Delta = 1 - 4 \cdot \frac{5}{2} = -9 = 9i^2$ . Vậy PT (3) có 2 nghiệm  $t = \frac{1+3i}{2}, t = \frac{1-3i}{2}$

Với  $t = \frac{1+3i}{2}$  ta có  $z - \frac{1}{z} = \frac{1+3i}{2} \Leftrightarrow 2z^2 - (1+3i)z - 2 = 0$  (4)

Có  $\Delta = (1+3i)^2 + 16 = 8+6i = 9+6i+i^2 = (3+i)^2$

Vậy PT(4) có 2 nghiệm:  $z = \frac{(1+3i) + (3+i)}{4} = 1+i, z = \frac{(1+3i) - (3+i)}{4} = \frac{i-1}{2}$

Do đó PT đã cho có 4 nghiệm:  $z=1+i; z=1-i; z=\frac{i-1}{2}; z=\frac{-i-1}{2}$

**II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $z^2 + 2\bar{z}^2 = 9+4i$  là

- A.  $\pm(2-i)$                       B.  $-2 \pm i$                       C.  $3 \pm i$                       D.  $-3 \pm i$

**Câu 2.** Một nghiệm của phương trình  $2z^2 + 3\bar{z}^2 = 15+4i$  là

- A.  $2-2i$                       B.  $2+i$                       C.  $-2-i$                       D.  $-2+i$

- Câu 3.** Tìm hai số phức có tổng và tích lần lượt là -6 và 10.  
**A.**  $-3-i$  và  $-3+i$       **B.**  $-3+2i$  và  $-3+8i$       **C.**  $-5+2i$  và  $-1-5i$       **D.**  $4+4i$  và  $4-4i$
- Câu 33.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 6 = 0$  là  
**A.**  $2+i\sqrt{2}$ ;  $2-i\sqrt{2}$       **B.**  $2+i\sqrt{2}$ ;  $2-2i$       **C.**  $2-2i$ ;  $2-i\sqrt{2}$       **D.**  $2+2i$ ;  $2-i\sqrt{2}$
- Câu 34.** Nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 4 = 0$  là  
**A.**  $-1+i\sqrt{3}$ ;  $-1-i\sqrt{3}$       **B.**  $-1-i\sqrt{3}$ ;  $1-i\sqrt{3}$       **C.**  $-1+3i$ ;  $-1-i\sqrt{3}$       **D.**  $-1+i\sqrt{3}$ ;  $-1-i3$
- Câu 35.** Nghiệm của phương trình  $z^4 + 2z^2 - 3 = 0$  là  
**A.**  $1, -1, 3i, -3i$       **B.**  $1, -2, i, -i$       **C.**  $1; 3$       **D.**  $1, -1, \pm i\sqrt{3}$
- Câu 36.** Nghiệm của phương trình  $z^4 - z^2 - 2 = 0$  là  
**A.**  $2; -1$       **B.**  $\pm\sqrt{2}; \pm i$       **C.**  $\pm 1; \pm i\sqrt{2}$       **D.**  $2, \pm i$
- Câu 37.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - (1-i)z + 2+i = 0$  là  
**A.**  $1 - 2i, i$       **B.**  $1 + 2i, -i$       **C.**  $1 - 2i, -i$       **D.**  $1 + 2i, i$
- Câu 38.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - z - 1 + 3i = 0$  là  
**A.**  $i-1, 2 - i$       **B.**  $1 + i, 2 + i$       **C.**  $-1+i, 2+i$       **D.** Đáp án khác
- Câu 39.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - 3iz - 4 + 6i = 0$  là  
**A.**  $2; 3i - 2$       **B.**  $2; 3i + 2$       **C.**  $-2; 3i - 2$       **D.**  $-2; 3i + 2$
- Câu 40.** Nghiệm của phương trình  $z^2 + (1-3i)z - 2(i+1) = 0$  là  
**A.**  $2i; i-1$       **B.**  $2i; i+1$       **C.**  $i-1; -2i$       **D.**  $i+1; -2i$
- Câu 41.** Cho số phức  $z = 2 + 3i$ ,  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ . Phương trình bậc hai nhận  $z, \bar{z}$  làm các nghiệm là  
**A.**  $z^2 - 4z - 13 = 0$       **B.**  $z^2 + 4z - 13 = 0$       **C.**  $z^2 - 4z + 13 = 0$       **D.**  $z^2 + 4z + 13 = 0$
- Câu 42.** Hai số phức  $4+i$  và  $2-3i$  là nghiệm của phương trình:  
**A.**  $x^2 - (6-2i)x + 11-10i = 0$       **B.**  $x^2 + (11-10i)x + 6-2i = 0$   
**C.**  $x^2 + (6-2i)x + 11-10i = 0$       **D.**  $x^2 - (11-10i)x + 6-2i = 0$
- Câu 43.** Gọi  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$ . Giá trị của  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$  là  
**A.** 6      **B.** 8      **C.** 10      **D.** Đáp án khác
- Câu 44.** Phương trình  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$  có mấy nghiệm phức?

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

**Câu 45.** Phương trình  $(z^2 + i)(z^2 - 2iz - 1) = 0$  có mấy nghiệm phức?

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

**Câu 46.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 4z + 7 = 0$ . Khi đó  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  bằng:

- A. 10.                                      B. 7.                                      C. 14.                                      D. 21.

**Câu 47.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

- A. 10.                                      B. 15.                                      C. 20.                                      D. 25.

**Câu 48.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = z_1^4 + z_2^4$

- A. -14                                      B. 14                                      C. -14i                                      D. 14i

**Câu 49.** Gọi  $z_1$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 + 2z + 3 = 0$ . Tọa độ điểm M biểu diễn số phức  $z_1$  là:

- A.  $M(-1; 2)$                               B.  $M(-1; -2)$                               C.  $M(-1; -\sqrt{2})$                               D.  $M(-1; -\sqrt{2}i)$

**Câu 50.** Cho số phức  $z$  có phần ảo âm và thỏa mãn  $z^2 - 3z + 5 = 0$ . Tìm mô đun của số phức:

$$\omega = 2z - 3 + \sqrt{14}$$

- A. 4                                      B.  $\sqrt{17}$                                       C.  $\sqrt{24}$                                       D. 5

**Câu 51.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là nghiệm của phương trình:  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $\mathbb{F} = |z_1| + |z_2|$

- A.  $2\sqrt{5}$                                       B. 10                                      C. 3                                      D. 6

**Câu 52.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$  và  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ . Phương trình bậc hai nhận  $z$  và  $\bar{z}$  làm nghiệm là:

- A.  $z^2 - 6z + 25 = 0$                       B.  $z^2 + 6z - 25 = 0$                       C.  $z^2 - 6z + \frac{3}{2}i = 0$                       D.  $z^2 - 6z + \frac{1}{2} = 0$

**Câu 53.** Trong  $\mathbb{C}$ , cho phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  (\*) ( $a \neq 0$ ). Gọi  $\Delta = b^2 - 4ac$ , Ta xét các mệnh đề:

- 1) Nếu  $\Delta$  là số thực âm thì phương trình (\*) vô nghiệm
- 2) Nếu  $\Delta \neq 0$  thì phương trình có hai nghiệm số phân biệt
- 3) Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có một nghiệm kép

Trong các mệnh đề trên:

- A. Không có mệnh đề nào đúng                      B. Có một mệnh đề đúng

C. Có hai mệnh đề đúng

D. Cả ba mệnh đề đều đúng

**Câu 54.** Trong C, phương trình  $z^2 + 4 = 0$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = -2i \end{cases}$

B.  $\begin{cases} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{cases}$

C.  $\begin{cases} z = 1+i \\ z = 3-2i \end{cases}$

D.  $\begin{cases} z = 5+2i \\ z = 3-5i \end{cases}$

**Câu 55.** Trong C, phương trình  $\frac{4}{z+1} = 1-i$  có nghiệm là:

A.  $z = 2 - i$

B.  $z = 3 + 2i$

C.  $z = 5 - 3i$

D.  $z = 1 + 2i$

**Câu 56.** Cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ . Nếu phương trình nhận  $z = 1 + i$  làm một nghiệm thì b và c bằng (b, c là số thực) :

A.  $b = 3, c = 5$

B.  $b = 1, c = 3$

C.  $b = 4, c = 3$

D.  $b = -2, c = 2$

**Câu 57.** Cho phương trình  $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ . Nếu  $z = 1 + i$  và  $z = 2$  là hai nghiệm của phương trình thì a, b, c bằng (a,b,c là số thực):

A.  $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$

**Câu 58.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z + \frac{1}{z} = -1$ . Giá trị của  $P = z_1^3 + z_2^3$  là:

A.  $P = 0$

B.  $P = 1$

C.  $P = 2$

D.  $P = 3$

**Câu 59.** Biết số phức z thỏa phương trình  $z + \frac{1}{z} = 1$ . Giá trị của  $P = z^{2016} + \frac{1}{z^{2016}}$  là:

A.  $P = 0$

B.  $P = 1$

C.  $P = 2$

D.  $P = 3$

**Câu 60.** Tập nghiệm của phương trình  $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$  là:

A.  $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$

B.  $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$

C.  $\{\pm 2; \pm 4i\}$

D.  $\{\pm 2; \pm 4i\}$

**Câu 61.** Tập nghiệm của phương trình :  $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$  là:

A.  $\left\{ \pm 3; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} \right\}$

B.  $\left\{ \pm 3; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2} \right\}$

C.  $\left\{ \pm 3; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2} \right\}$

D.  $\left\{ 3; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2} \right\}$

**Câu 62.** Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $2x^2 - 3x + 4 = 0$ . Giá trị  $A = |x_1|^2 + |x_2|^2$  bằng:

A. 4

B.  $2\sqrt{2}$

C.  $2 + \sqrt{2}$

D.  $\frac{\sqrt{23}}{2}$

**Câu 63.** Nghiệm phức của phương trình  $z^3 + i = 0$  là:

A.  $\left\{i; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}; \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right\}$

B.  $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}; \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right\}$

C.  $\left\{i; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}; \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right\}$

D.  $\left\{1; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}; \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right\}$

**Câu 64.** Số nghiệm phức của phương trình  $(2i - z)(z^2 - 2iz) = 0$  là:

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

**Câu 65.** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình  $z^2 - 3z + 2m = 0$  không có nghiệm thực :

A.  $m < \frac{9}{8}$

B.  $m > \frac{9}{8}$

C.  $m \geq \frac{9}{8}$

D.  $m \leq \frac{9}{8}$

**Câu 66.** Nghiệm phức của phương trình  $z^4 - 5z^2 - 6 = 0$  là:

A.  $\{\pm i; \pm\sqrt{6}\}$

B.  $\{i; -i\}$

C.  $\{\pm\sqrt{6}\}$

D.  $\{-1; 6\}$

**Câu 67.** Nghiệm thực của phương trình  $3z^4 - z^2 - 2 = 0$  là:

A.  $\{\pm 1\}$

B.  $\left\{1; -\frac{2}{3}\right\}$

C.  $\left\{\pm \frac{\sqrt{6}}{3}i\right\}$

D.  $\{1\}$

**Câu 68.** Với giá trị nào của tham số thực  $m$  thì số phức  $z = 1 - (2m - 3i)^3$  là một số thực:

A.  $m = \frac{\pm 3}{4}$

B.  $m = \frac{3}{4}$

C.  $m = \frac{3i}{2}$

D.  $m = \frac{3}{2}$

**Câu 69.** Với giá trị nào của số thực  $k$  thì phương trình  $z + \frac{1}{z} - k = 0$  có hai nghiệm phức lần lượt là

$$z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}; z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

A.  $k = 1$

B.  $k = -1$

C.  $k = \frac{1}{2}$

D.  $k = \frac{-1}{2}$

**Câu 70.** Cho pt :  $2x^2 - 6x + 5 = 0$  .Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình. Kết luận nào sau đây là đúng :

A.  $z_1^2 + z_2^2 = \frac{9}{2}$ .

B.  $z_1^2 - z_2^2 = 7/4$

C.  $z_1^2 \cdot z_2^2 = 25/4$

D.  $z_2^2 - z_1^2 = 7/4$ .

**Câu 71.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của pt  $z^2 + 1 = 0$ . Tính :  $M = z_1^4 + z_2^4$

A.  $2i$

B.  $0$

C.  $-2i$

D.  $2$

**Câu 72.** Hệ phương trình  $\begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 \cdot z_2 = 10 \end{cases}$  Có bao nhiêu nghiệm phức phân biệt ?

A.  $0$

B.  $1$

C.  $2$

D.  $4$

**Câu 73.** Nghiệm của phương trình  $-2z^2 + 3z - 2 = 0$  trong tập số phức là :

A.  $z_{1,2} = \frac{3 \pm i\sqrt{7}}{4}$       B.  $z_{1,2} = \frac{-3 \pm i\sqrt{7}}{4}$       C.  $z_{1,2} = \frac{-3 \pm i\sqrt{7}}{2}$       D.  $z_{1,2} = \frac{3 \pm i\sqrt{7}}{2}$

**Câu 74.** Nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$  trong C là :

A.  $z_{1,2} = 1 \pm 2i$       B.  $z_{1,2} = \pm 1 + 2i$       C.  $z_{1,2} = \pm 1 \pm 2i$       D.  $z_{1,2} = -1 \pm 2i$

**Câu 75.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của pt  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức :  $B = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A.  $B = 2\sqrt{10}$       B.  $B = \sqrt{10}$       C.  $B = 20$       D.  $B = 10$

**Câu 76.** Nghiệm phức của pt :  $z^2 + |z| = 0$  là :

A. 0; i; -i      B. 0; 1; -1      C. 0; i      D. 0; -i

**Câu 77.** Số nghiệm ảo của pt :  $z^4 + z^2 - 6 = 0$  là :

A. 0      B. 1      C. 2      D. 4

**Câu 78.** Số nghiệm phức của pt :  $z^2 + \bar{z} = 0$  là :

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**Câu 79.** Trong C, phương trình  $z^2 + 3iz + 4 = 0$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} z = i \\ z = -4i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 3i \\ z = 4i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 1+i \\ z = -3i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 2-3i \\ z = 1+i \end{cases}$

**Câu 80.** Trong C, phương trình  $z^2 - z + 1 = 0$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} z = \frac{2 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{2 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = \frac{1 + \sqrt{5}i}{2} \\ z = \frac{1 - \sqrt{5}i}{2} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 3 + 5i \\ z = 3 - 5i \end{cases}$

**Câu 81.** Trong C, phương trình  $z^2 + (1 - 3i)z - 2(1 + i) = 0$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} z = 3i \\ z = -2 + i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 5 + 3i \\ z = 2 - i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = -1 + i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = i \\ z = -2 + 5i \end{cases}$

**Câu 82.** Tìm hai số phức biết rằng tổng của chúng bằng  $4 - i$  và tích của chúng bằng  $5(1 - i)$ . Đáp số của bài toàn là:

A.  $\begin{cases} z = 3 + i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 5 - 2i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 3 + i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 1 + i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$

**Câu 83.** Trong C, phương trình  $(z^2 + i)(z^2 - 2iz - 1) = 0$  có nghiệm là:

A.  $\frac{\sqrt{2}(1-i)}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i), i$       B.  $1 - i; -1 + i; 2i$   
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-2i); \frac{\sqrt{3}}{2}(-2+i); 4i$       D.  $1 - 2i; -15i; 3i$

**Câu 84.** Trong C, phương trình  $z^4 - 6z^2 + 25 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\pm 3 \pm 4i$       B.  $\pm 5 \pm 2i$       C.  $\pm 8 \pm 5i$       D.  $\pm 2 \pm i$

**Câu 85.** Trong C, phương trình  $z + \frac{1}{z} = 2i$  có nghiệm là:

- A.  $(1 \pm \sqrt{2})i$       B.  $(5 \pm \sqrt{2})i$       C.  $(1 \pm \sqrt{3})i$       D.  $(2 \pm \sqrt{5})i$

**Câu 86.** Trong C, phương trình  $z^3 + 1 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $-1; \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$       B.  $-1; \frac{2 \pm i\sqrt{3}}{2}$       C.  $-1; \frac{1 \pm i\sqrt{5}}{4}$       D.  $-1; \frac{5 \pm i\sqrt{3}}{4}$

**Câu 87.** Trong C, phương trình  $z^4 - 1 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\pm 2; \pm 2i$       B.  $\pm 3; \pm 4i$       C.  $\pm 1; \pm i$       D.  $\pm 1; \pm 2i$

**Câu 88.** Trong C, phương trình  $z^4 + 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\pm(1-i); \pm(1+i)$       B.  $\pm(1-2i); \pm(1+2i)$       C.  $\pm(1-3i); \pm(1+3i)$       D.  $\pm(1-4i); \pm(1+4i)$

**Câu 89.** Cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ . Nếu phương trình nhận  $z = 1 + i$  làm một nghiệm thì b và c bằng:

- A.  $b = 3, c = 5$       B.  $b = 1, c = 3$       C.  $b = 4, c = 3$       D.  $b = -2, c = 2$

**Câu 90.** Cho phương trình  $z^3 + az + bz + c = 0$ . Nếu  $z = 1 + i$  và  $z = 2$  là hai nghiệm của phương trình thì a, b, c bằng:

- A.  $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$

**Câu 91.** Phương trình bậc hai với các nghiệm:  $z_1 = \frac{-1-5i\sqrt{5}}{3}, z_2 = \frac{-1+5i\sqrt{5}}{3}$  là:

- A.  $z^2 - 2z + 9 = 0$       B.  $3z^2 + 2z + 42 = 0$       C.  $2z^2 + 3z + 4 = 0$       D.  $z^2 + 2z + 27 = 0$

**Câu 92.** Giải phương trình sau:  $z^2 + (1-i)z - 18 + 13i = 0$

- A.  $z = 4 - i, z = -5 + 2i$       B.  $z = 4 - i, z = -5 - 2i$   
 C.  $z = 4 - i, z = -5 - 2i$       D.  $z = 4 + i, z = -5 + 2i$

**Câu 93.** Phương trình  $8z^2 - 4z + 1 = 0$  có nghiệm là

- A.  $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  và  $z_2 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}i$       B.  $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  và  $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$   
 C.  $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  và  $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$       D.  $z_1 = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}i$  và  $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

**Câu 94.** Biết  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$ . Khi đó, giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  là:

A.  $\frac{9}{4}$                       B.  $\frac{-9}{4}$                       C. 9                      D. 4

C.  $(x; y) = (\sqrt{3}; -3); (x; y) = (-\sqrt{3}; -3)$                       D.  $(x; y) = (\sqrt{3}; 3); (x; y) = (-\sqrt{3}; -3)$

**Câu 95.** Phương trình  $z^2 + az + b = 0$  có một nghiệm phức là  $z = 1 + 2i$ . Tổng 2 số  $a$  và  $b$  bằng

A. 0                      B. -4                      C. -3                      D. 3

**Câu 96.** Gọi  $z$  là nghiệm phức có phần thực dương của phương trình:  $z^2 + (1 + 2i)z - 17 + 19i = 0$ . Khi đó, giả sử  $z^2 = a + bi$  thì tích của  $a$  và  $b$  là:

A. -168                      B. -12                      C. -240                      D. -5

**Câu 97.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình:  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . Khi đó, phần thực của  $z_1^2 + z_2^2$  là:

A. 6                      B. 5                      C. 4                      D. 7

**Câu 98.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Giá trị của biểu thức:

$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$  là

A. 100                      B. 10                      C. 20                      D. 17

**Câu 99.** Gọi là nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 4 = 0$ .  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$  bằng

A. 2                      B. -7                      C. 8                      D. 4

**Câu 100.** Biết hai số phức có tổng bằng 3 và tích bằng 4. Tổng môđun của chúng bằng

A. 5                      B. 10                      C. 8                      D. 4

**Câu 101.** Phương trình  $z^3 = 8$  có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**Câu 102.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $2z^2 + 4z + 3 = 0$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1| + |z_2|$  bằng

A.  $\sqrt{2}$                       B. 3                      C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{6}$

**Câu 103.** Phương trình  $(2 + i)z^2 + az + b = 0; (a, b \in \mathbb{C})$  có 2 nghiệm là  $3 + i$  và  $1 - 2i$ . Khi đó  $a = ?$

A.  $-9 - 2i$                       B.  $15 + 5i$                       C.  $9 + 2i$                       D.  $15 - 5i$

**Câu 104.** Tìm tất cả các nghiệm của  $z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0$  biết  $z = 2 + i$  là một nghiệm

A.  $z = 2 + i; z = 3i; z = -3i$                       B.  $z = 2 + i; z = 2 - 3i; z = 3i; z = -3i$   
 C.  $z = 2 + i; z = 2 - i; z = 3i; z = -3i$                       D.  $z = 2 + i; z = 2 - i; z = 3i$ .

**Câu 105.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2 - 6z + 13 = 0$  Tính  $\left| z + \frac{6}{z+i} \right|$



- A.  $\sqrt{17}$  và 3      B.  $\sqrt{17}$  và 4      C. Đáp án khác      D.  $\sqrt{17}$  và 5

**Câu 106.** Giải phương trình sau trên tập hợp các số phức:  $\frac{4z-3+7i}{z-i} = z-2i$

- A.  $z = 1+2i$  và  $z = 3-i$ .      B.  $z = 1-2i$  và  $z = 3+i$ .  
 C.  $z = 1-2i$  và  $z = 3-i$ .      D.  $z = 1+2i$  và  $z = 3+i$ .

**Câu 107.** Bộ số thực  $(a;b;c)$  để phương trình  $z^3 + az^2 + bz + c = 0$  nhận  $z = 1+i$  và  $z = 2$  làm nghiệm.

- A.  $(-4;6;-4)$       B.  $(4;-6;4)$       C.  $(-4;-6;-4)$       D.  $(4;6;4)$

**Câu 108.** Gọi  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm của phương trình  $z^2 - 2iz - 4 = 0$ . Khi đó môđun của số phức  $w = (z_1 - 2)(z_2 - 2)$  là

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

**Câu 109.** Giải phương trình  $8z^2 - 4z + 1 = 0$  trên tập số phức

- A.  $z = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  hay  $z = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$       B.  $z = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  hay  $z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$   
 C.  $z = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  hay  $z = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$       D.  $z = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$  hay  $z = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

**Câu 110.** Gọi  $z_1; z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 + (1 - 3i)z - 2(1 + i) = 0$ . Khi đó  $w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2$  là số phức có môđun là:

- A.  $2\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{20}$       C. 2      D.  $\sqrt{13}$

**Câu 111.** Tìm số nguyên x, y sao cho số phức  $z = x + yi$  thỏa mãn  $z^3 = 18 + 26i$

- A.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

**Câu 112.** Số nghiệm của phương trình với ẩn số phức  $z : 4z^2 + 8|z|^2 - 3 = 0$  là:

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1

**Câu 113.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - z + 1 = 0$

- A.  $\frac{\sqrt{3} \pm i}{2}$       B.  $\sqrt{3} \pm i$       C.  $1 \pm i\sqrt{3}$       D.  $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

**Câu 114.** Cho phương trình  $z^3 - (2i-1)z^2 + (3-2i)z + 3 = 0$ .

Trong số các nhận xét

1. Phương trình chỉ có một nghiệm thuộc tập hợp số thực
2. Phương trình chỉ có 2 nghiệm thuộc tập hợp số phức
3. Phương trình có hai nghiệm có phần thực bằng 0

4. Phương trình có hai nghiệm là số thuần ảo

5. Phương trình có ba nghiệm, trong đó có hai nghiệm là hai số phức liên hợp

Số nhận xét sai là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 115.** Cho phương trình sau  $(z+i)^4 + 4z^2 = 0$

Có bao nhiêu nhận xét đúng trong số các nhận xét sau

1. Phương trình vô nghiệm trên trường số thực  $\mathbb{R}$

2. Phương trình vô nghiệm trên trường số phức

3. Phương trình không có nghiệm thuộc tập hợp số thực

4. Phương trình có bốn nghiệm thuộc tập hợp số phức

5. Phương trình chỉ có hai nghiệm là số phức

6. Phương trình có hai nghiệm là số thực

A. 1

B. 2

C. 3

D. 5

**Câu 116.** Tìm nghiệm phức của phương trình:  $z^2 + 2z + 2 = 0$

A.  $z_1 = 1 - i; z_2 = 1 + i$

B.  $z_1 = -2 - i; z_2 = -2 + i$

C.  $z_1 = -1 - i; z_2 = -1 + i$

D.  $z_1 = 2 - i; z_2 = 2 + i$

**Câu 117.** Cho  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Tính  $1 + z + z^2$

A. 2

B. -2

C. 0

D. 3

**Câu 118.** Phương trình bậc hai  $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$  có nghiệm là:

A.  $z_1 = -2i, z_2 = -1 + i$  B.  $z_1 = 2i, z_2 = -1 + i$  C.  $z_1 = 2i, z_2 = -1 - i$  D.  $z_1 = 2i, z_2 = 1 + i$

**Câu 119.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình:  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Giá trị của biểu thức

$A = |z_1|^2 + |z_2|^2$  là:

A.  $A = 18$

B.  $A = 20$

C.  $A = 16$

D.  $A = 22$

**Câu 120.** Giả sử  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 4z + 13 = 0$ . Tính giá trị của  $|z_1|^2 + |z_2|^2$ .

A. 13

B. 26

C. 1

D. 39

**Câu 121.** Nghiệm của pt  $z^3 - 8 = 0$  là

A.  $2; -1 + \sqrt{3}i; -1 - \sqrt{3}i$

B.  $-2; -1 + \sqrt{3}i; -1 - \sqrt{3}i$

C.  $2; 1 + \sqrt{3}i; 1 - \sqrt{3}i$

D.  $-2; 1 + \sqrt{3}i; 1 - \sqrt{3}i$

**Câu 122.** Tập hợp các nghiệm của pt  $z^2 + |z|^2 = 0$

- A. Tập hợp mọi số ảo    B.  $\pm i; 0$     C. 0    D.  $-i; 0$

**Câu 123.** Cho  $w = z^2 + z - 1$  tìm phần thực của số phức nghịch đảo của  $w$  biết:  $z = \frac{(4-3i)(2+i)}{5-4i}$

- A.  $\frac{63}{41}$     B.  $\frac{3715}{1681}$     C.  $-\frac{3715}{1681}$     D.  $\frac{34}{41}$

**Câu 124.** Nghiệm của phương trình  $z^2 - 3z + 3 = 0$  trong tập  $\mathbb{C}$  là kết quả nào sau đây ?

- A.  $3i$  hay  $-3i$     B.  $1 - 3i$  hay  $1 + 3i$   
 C.  $\frac{3 + i\sqrt{3}}{2}$  hay  $\frac{3 - i\sqrt{3}}{2}$     D. Phương trình vô nghiệm

**Câu 125.** Phương trình  $z^6 - 9z^3 + 8 = 0$  trên tập số phức  $\mathbb{C}$  có bao nhiêu nghiệm.

- A. 4    B. 2    C. 8    D. 6

**Câu 126.** Cho phương trình là:  $z^2 + mz - 6i = 0$ . Để phương trình có tổng hai nghiệm bằng 5 thì  $m$  có dạng  $m = \pm(a + bi)$ . Giá trị  $a + 2b$  là

- A. -1    B. 1    C. -2    D. 0

**Câu 127.** Các nghiệm của phương trình là  $x^2 - x + 2 = 0$  là

- A.  $\pm \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{7})$     B.  $-\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{7})$     C.  $\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{7})$     D.  $2(1 \pm i\sqrt{7})$

**Câu 128.** Phương trình  $z^2 - 2z + 6 = 0$  có các nghiệm  $z_1; z_2$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $F = \frac{z_1^2}{z_1} + \frac{z_2^2}{z_2}$  là :

- A.  $\frac{2}{9}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $-\frac{2}{3}$     D.  $-\frac{2}{9}$

**Câu 129.** Trên tập số phức, giá trị của  $m$  để phương trình bậc hai  $z^2 + mz + i = 0$  có tổng bình phương hai nghiệm bằng  $-4i$  là :

- A.  $m = 1 - i$  hoặc  $m = -1 + i$     B.  $m = 1 + i$   
 C.  $m = 1 - i$     D.  $m = -1 + i$

**Câu 130.** Giá trị của các số thực  $b, c$  để phương trình  $z^2 + bz + c = 0$  nhận số phức  $z = 1 + i$  làm 1 nghiệm là :

- A.  $\begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} b = -1 \\ c = 3 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} b = -4 \\ c = 2 \end{cases}$

**Câu 131.** Trên tập hợp số phức, phương trình  $z^2 + 7z + 15 = 0$  có hai nghiệm  $z_1; z_2$ . Giá trị biểu thức  $z_1 + z_2 + z_1 z_2$  là:

- A. 22                                      B. 15                                      C. -7                                      D. 8

**Câu 132.** Trên tập hợp số phức, phương trình  $x^4 + 16 = 0$  nhận giá trị nào dưới đây là nghiệm?

- A.  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$                       B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$                       C.  $-\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$                       D.  $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

**Câu 133.** Cho phương trình  $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$  trong đó  $m$  là tham số phức; giá trị  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $z_1; z_2$  thỏa mãn  $z_1^2 + z_2^2 = -10$ .

- A.  $m = 2 - 3i; m = 2 + 3i$ .                                      B.  $m = 1 - 2i; m = 1 + 2i$   
 C.  $m = 1 - 3i; m = 2 + 3i$ .                                      D.  $m = 1 - 3i; m = 1 + 3i$ .

**Câu 134.** Cho phương trình  $z^2 + mz + m + 2 = 0(1)$ , trên trường phức và  $m$  là tham số thực. Giá trị  $m$  để (1) có hai nghiệm ảo  $z_1; z_2$  trong đó  $z_1$  có phần ảo âm và phần thực của số phức  $w = z_1 + iz_2$  bằng  $\frac{1}{2}$ .

- A. Không có  $m$                       B.  $m = -2$                       C.  $m = 1$                       D.  $m = -5$

**Câu 135.** Phương trình  $x^2 - x + 1 = 0$  có hai nghiệm là:

- A.  $1 + \sqrt{3}i; 1 - \sqrt{3}i$                                       B.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$   
 C.  $-1 + \sqrt{3}i; -1 - \sqrt{3}i$                                       D.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

**Câu 136.** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm phương trình  $z^2 + 2z + 8 = 0$ ; trong đó  $z_1$  có phần ảo dương. số phức  $w = (2z_1 + z_2)\overline{z_1}$  là:

- A.  $z = 12 + 6i$                       B.  $z = 11 - 6i$                       C.  $z = 9 - 6i$                       D.  $z = -12 + 6i$

**Câu 137.** Tập hợp các nghiệm của phương trình  $z^2 + 2|z| - 35 = 0$  trên tập số phức là

- A.  $\{2 - i, 2 + i\}$                       B.  $\{2 - 3i, 2 + 3i\}$                       C.  $\{-5, 5\}$                       D.  $\{-5i, 5i\}$

**Câu 138.** Trong tập số phức  $\mathbb{C}$ , phương trình  $z^4 + 3z^2 + 2 = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 4

**Câu 139.** Số nghiệm của phương trình  $z^4 + 16 = 0$  trên tập số phức là bao nhiêu?

- A. 0                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 2

**Câu 140.** Cho phương trình  $z^2 + 3z + 10i = 0$  có nghiệm  $z_1, z_2$  trên tập số phức  $\mathbb{C}$ . Tính  $A = |z_1| + |z_2|$

- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C.  $3\sqrt{5}$                       D.  $4\sqrt{5}$

**Câu 141.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $z^4 - 1 = 0$  trên tập số phức là bao nhiêu

- A. 2                      B. 4                      C. 0                      D. 1

**Câu 142.** Trong tập số phức  $\mathbb{C}$ , phương trình  $z^3 + 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 0

**Câu 143.** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 6 = 0$ . Trong đó  $z_1$  có phần ảo âm. Giá trị biểu thức  $M = |z_1| + |3z_1 - z_2|$  là.

- A.  $M = \sqrt{6} + 2\sqrt{21}$ .    B.  $M = \sqrt{6} + \sqrt{21}$ .    C.  $M = 2\sqrt{6} + \sqrt{21}$ .    D.  $M = 2\sqrt{21} - \sqrt{6}$

**Câu 144.** Phương trình:  $x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0$  trên tập số phức có các nghiệm là:

- A.  $2 \pm i\sqrt{2}$  hoặc  $-2 \pm 2i\sqrt{2}$                       B.  $2 \pm i\sqrt{2}$  hoặc  $1 \pm 2i\sqrt{2}$   
 C.  $1 \pm i\sqrt{2}$  hoặc  $-2 \pm 2i\sqrt{2}$                       D.  $1 \pm i\sqrt{2}$  hoặc  $-2 \pm i\sqrt{2}$

**Câu 145.** Gọi  $z_1; z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 + \sqrt{3}z + 7 = 0$ . Khi đó  $A = z_1^4 + z_2^4$  có giá trị là:

- A.  $\sqrt{23}$                       B. 23                      C. 13                      D.  $\sqrt{13}$

## CHỦ ĐỀ 4. TÌM TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC Z

### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Phương pháp:** Giả sử  $z = a + bi$ ; thay vào giả thiết, tìm được một hệ thức nào đó đối với a và b. Từ đó suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z.

**Ví dụ 1.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho  $u = \frac{z+2+3i}{z-i}$  là một số thuần ảo.

**Lời giải:** Giả sử  $z = a + ib$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), khi đó  $u = \frac{a+2+bi+3i}{a+(b-1)i} = \frac{(a+2+(b+3)i)(a-(b-1)i)}{a^2+(b-1)^2}$

Tử số bằng  $a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 + 2(2a - b + 1)i$

u là số thuần ảo khi và chỉ khi  $\begin{cases} a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 = 0 \\ 2a - b + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b+1)^2 = 5 \\ (a; b) \neq (0; 1), (-2; -3) \end{cases}$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm  $I(-1; -1)$ , bán kính bằng  $\sqrt{5}$ , khuyết 2 điểm  $(0; 1)$  và  $(-2; -3)$ .

**Ví dụ 2.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z, biết z thỏa mãn:  $\left| \frac{z+2-3i}{z-4+i} \right| = 1$  (\*)

**Lời giải:** Giả sử  $z = a + bi$

$$\begin{aligned}
 (*) &\Leftrightarrow |a+2+(b-3)i| = |x-4-(b-1)i| \\
 &\Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-3)^2 = (a-4)^2 + (b-1)^2 \\
 &\Leftrightarrow 3a-b-1=0
 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình  $3x-y-1=0$ .

**Ví dụ 3.** Tìm quỹ tích các điểm M biểu diễn số phức  $\omega = (1+i\sqrt{3})z+2$  biết số phức z thỏa mãn:  $|z-1| \leq 2$  (1).

**Lời giải:** Giả sử  $\omega = a+bi$

$$\text{Ta có } a+bi = (1+i\sqrt{3})z+2 \Leftrightarrow z = \frac{a-2+bi}{1+i\sqrt{3}} \Leftrightarrow z-1 = \frac{a-3+(b-\sqrt{3}i)}{1+i\sqrt{3}}$$

$$(1) \Leftrightarrow \left| \frac{a-3+(b-\sqrt{3}i)}{1+i\sqrt{3}} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{|a-3+(b-\sqrt{3}i)|}{|1+i\sqrt{3}|} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-3)^2 + (b-\sqrt{3})^2}}{2} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-\sqrt{3})^2 \leq 16$$

Vậy quỹ tích các điểm M biểu diễn số phức là hình tròn  $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 \leq 16$  (kể cả những điểm nằm trên biên).

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Cho số phức z thỏa  $|z-1+i| = 2$ . Chọn phát biểu đúng:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
- B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
- C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
- D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.

**Câu 2.** Cho số phức z thỏa  $|2+z| = |1-i|$ . Chọn phát biểu đúng:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
- B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
- C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn.
- D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Elip.

**Câu 3.** Điểm biểu diễn số phức  $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$  có tọa độ là

- A. (1;-4)
- B. (-1;-4)
- C. (1;4)
- D. (-1;4)

**Câu 4.** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2-3i}$  là:

- A.  $(2; -3)$       B.  $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$       C.  $(3; -2)$       D.  $(4; -1)$

**Câu 5.** Điểm M biểu diễn số phức  $z = \frac{3+4i}{i^{2019}}$  có tọa độ là :

- A.  $M(4;-3)$       B.  $(3;-4)$       C.  $(3;4)$       D.  $(4;3)$

**Câu 6.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi M, N là các điểm biểu diễn của  $z_1$  và  $z_2$  trên mặt phẳng phức, Khi đó độ dài của MN là:

- A.  $MN = 4$       B.  $MN = 5$       C.  $MN = -2\sqrt{5}$       D.  $MN = 2\sqrt{5}$

**Câu 7.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + iy$  trên mặt phẳng phức, Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

- A. Đường thẳng có phương trình  $y = x - \sqrt{5}$   
 B. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$   
 C. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$ , nhưng không chứa M, N.  
 D. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 1 = 0$ , nhưng không chứa M, N.

**Câu 8.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ . Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + iy$  trên mặt phẳng phức, Để tam giác MNP đều thì số phức k là:

- A.  $k = 1 + \sqrt{27}$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}$       B.  $k = 1 + \sqrt{27}i$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}i$   
 C.  $k = \sqrt{27} - i$  hay  $k = \sqrt{27} + i$       D. Một đáp số khác

**Câu 9.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z + \bar{z} + 5| = 6$  có phương trình là:

- A.  $x = \pm \frac{1}{2}$       B.  $x = \frac{1}{2}$       C.  $x = \frac{-1}{2}$       D.  $x = \pm 2$

**Câu 10.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z| < 1$  là:

- A. Phần bên trong đường tròn  $(O;1)$   
 B. Đường tròn  $(O;1)$   
 C. Phần bên ngoài đường tròn  $(O;1)$   
 D. Phần bên trong đường tròn tâm  $I(1;0)$  và có bán kính bằng 1.

**Câu 11.** Cho phương trình  $x^2 - 2x + 2 = 0$ . Gọi A và B lần lượt là các điểm biểu diễn các nghiệm của pt. Khi đó diện tích tam giác OAB là :

- A.  $1\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 12.** Cho các số phức  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ ;  $z_2 = -2 + 2i$ ;  $z_3 = -1 - i$  được biểu diễn lần lượt bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng. Gọi M là điểm thỏa mãn:  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Điểm M biểu diễn số phức :

- A.  $z = 6i$                       B.  $z = 2$                       C.  $z = -2$                       D.  $z = -6i$

**Câu 13.** Mệnh đề nào sau đây sai :

- A.  $|\bar{z}| = 0 \Leftrightarrow z = 0$   
 B. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức thỏa mãn đk  $|z| = 1$  là đường tròn tâm O, bk R = 1.  
 C.  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$   
 D. Hai số phức bằng nhau khi và chỉ khi phần thực và phần ảo tương ứng bằng nhau.

**Câu 14.** Cho số phức  $z = 3 - i$ . Điểm M biểu diễn số phức  $\bar{z}$  có tọa độ là :

- A. M(3;-1)                      B. M(3;1)                      C. M(-3;-1)                      D. M(-3;1)

**Câu 15.** Trong mặt phức cho tam giác ABC vuông tại C, Biết rằng A, B lần lượt biểu diễn các số phức:  $z_1 = -2 - 4i$ ;  $z_2 = 2 - 2i$ . Khi đó có một điểm C biểu diễn số phức :

- A.  $z = 2 - 4i$                       B.  $z = -2 + 2i$                       C.  $z = 2 + 2i$                       D.  $z = 2 - 2i$

**Câu 16.** Cho số phức  $z = 2 - 2i\sqrt{3}$ . Kết luận nào sau đây là sai?

- A. Số phức liên hợp của z là  $2(1 + i\sqrt{3})$                       B. Điểm M biểu diễn số phức z là M(2;  $-2\sqrt{3}$ )  
 C.  $z^3 = 64$                       D.  $\frac{1}{z} = \frac{\sqrt{3}}{8}i + \frac{1}{8}$

**Câu 17.** Trong mặt phẳng phức cho 2 điểm A(0; 4), B(0; -3). Điểm C thỏa mãn :

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ . Điểm C biểu diễn số phức :

- A.  $z = 4 - 3i$                       B.  $z = -3 - 4i$                       C.  $z = -3 + 4i$                       D.  $z = 4 + 3i$

**Câu 18.** Trong mặt phẳng phức cho ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn các số phức

$z_1 = 2$ ;  $z_2 = 4 + i$ ;  $z_3 = -4i$ . M là điểm sao cho:  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - 3\overrightarrow{OM} = \vec{0}$ . Khi đó M biểu diễn số phức :

- A.  $z = 18 - i$                       B.  $z = -9 + 18i$                       C.  $z = 2 - i$                       D.  $z = -1 + 2i$

**Câu 19.** Khẳng định nào sau đây là sai :

- A.  $|z| = |\bar{z}|$   
 B. Điểm biểu diễn số phức z và  $\bar{z}$  đối xứng nhau qua trục Ox  
 C. Phần thực và phần ảo của số phức z bằng nhau khi và chỉ khi  $z = 0$ .  
 D.  $|z| = 1$  nếu điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm O bk R = 1.



**Câu 20.** Trong mặt phẳng phức cho điểm  $A(2; -1)$ . Điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Điểm  $A'$  biểu diễn số phức :

- A.  $z = -1 + 2i$       B.  $z = 1 + 2i$       C.  $z = -2 + i$       D.  $z = 2 + i$ .

**Câu 21.** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm  $A$  biểu diễn số phức  $z_1 = 1 + 2i$ .  $B$  là điểm thuộc đường thẳng  $y = 2$  sao cho tam giác  $OAB$  cân tại  $O$ .  $B$  biểu diễn số phức nào sau đây :

- A.  $z = -1 + 2i$       B.  $z = 1 - 2i$       C.  $z = -1 - 2i$       D.  $z = 1 + 2i$

**Câu 22.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn đk  $|z - 3 + 4i| = 2$  là :

- A. Đường tròn tâm  $I(-3; 4)$ , bk  $R = 2$       B. Đường tròn tâm  $I(3; -4)$  bk  $R = 5$   
 C. Đường tròn tâm  $I(3; -4)$  bk  $R = 2$       D. Đường tròn tâm  $I(-3; 4)$  bk  $R = 5$

**Câu 23.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn đk  $|z + 2| = |i - z|$  là :

- A. Đường tròn tâm  $I(-2; 1)$  bk  $R = \sqrt{5}$       B. Đường tròn tâm  $I(2; -1)$  bk  $R = \sqrt{5}$   
 C. Đường thẳng có pt :  $y = -3/2 + 2x$       D. Đường thẳng có pt :  $y = -3/2 - 2x$

**Câu 24.** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  tại  $C$ , các điểm  $A, B$  theo thứ tự biểu diễn các số phức  $\frac{4i}{i-1}$  và  $\frac{2+6i}{3-i}$ . Điểm  $C$  biểu diễn số phức  $z$  nào sau đây :

- A.  $z = -1 - i$  hoặc  $z = -3 + i$       B.  $z = 1 - i$  hoặc  $z = 3 + i$   
 C.  $z = 1 - i$  hoặc  $z = 3 - i$       D.  $z = -1 - i$  hoặc  $z = 3 + i$

**Câu 25.** Gọi  $M$  và  $M'$  theo thứ tự là các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z \neq 0$  và  $z' = \frac{1+i}{2}z$ . Tam giác  $OMM'$  là tam giác gì?

- A. Tam giác vuông      B. Tam giác cân      C. Tam giác vuông cân      D. Tam giác đều

**Câu 26.** Cho các điểm  $A, B, C$  và  $A', B', C'$  trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số :  $1 - i, 2 + 3i, 3 + i$ , và  $3i, 3 - 2i, 3 + 2i$ . Kết luận nào sau đây là đúng :

- A. Hai tam giác bằng nhau      B. Hai tam giác có diện tích bằng nhau  
 C. Hai tam giác đều vuông      D. Hai tam giác có cùng trọng tâm

**Câu 27.** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bằng điểm  $M(a; b)$  trong mặt phẳng phức Oxy  
 B. Số phức  $z = a + bi$  có môđun là  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 C. Số phức  $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$   
 D. Số phức  $z = a + bi$  có số phức đối  $z' = a - bi$

**Câu 28.** Trong  $C$  cho phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  (\*) ( $a \neq 0$ ). Gọi  $\Delta = b^2 - 4ac$ , Ta xét các mệnh đề:  
 1) Nếu  $\Delta$  là số thực âm thì phương trình (\*) vô nghiệm

2) Nếu  $\Delta \neq 0$  thì phương trình có hai nghiệm số phân biệt

3) Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có một nghiệm kép

Trong các mệnh đề trên:

- A. Không có mệnh đề nào đúng                      B. Có một mệnh đề đúng  
C. Có hai mệnh đề đúng                                D. Cả ba mệnh đề đều đúng

**Câu 29.** Số phức  $z = 2 - 3i$  có điểm biểu diễn là:

- A. (2; 3)                      B. (-2; -3)                      C. (2; -3)                      D. (-2; 3)

**Câu 30.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Số phức đối của  $z$  có điểm biểu diễn là:

- A. (5; 4)                      B. (-5; -4)                      C. (5; -4)                      D. (-5; 4)

**Câu 31.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

- A. (6; 7)                      B. (6; -7)                      C. (-6; 7)                      D. (-6; -7)

**Câu 32.** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 + 5i$  và B là điểm biểu diễn của số phức  $z' = -2 + 5i$

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành  
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung  
C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O  
D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$

**Câu 33.** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 2i$  và B là điểm biểu diễn của số phức  $z' = 2 + 3i$

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành  
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung  
C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O  
D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$

**Câu 34.** Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|zi - (2 + i)| = 2$  là:

- A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$                       B.  $x + 2y - 1 = 0$   
C.  $3x + 4y - 2 = 0$                                 D.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

**Câu 35.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2z|$ . Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức  $z$  là:

- A.  $20x - 16y - 47 = 0$     B.  $20x + 16y - 47 = 0$     C.  $20x + 16y + 47 = 0$     D.  $20x - 16y + 47 = 0$

**Câu 36.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|zi - (2 + i)| = 2$  là:

A.  $3x + 4y - 2 = 0$

B.  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

C.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

D.  $x + 2y - 1 = 0$

**Câu 37.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Số phức đối của  $z$  có điểm biểu diễn là:

A.  $(-5; -4)$

B.  $(5; -4)$

C.  $(5; 4)$

D.  $(-5; 4)$

**Câu 38.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

A.  $(6; 7)$

B.  $(6; -7)$

C.  $(-6; 7)$

D.  $(-6; -7)$

**Câu 39.** Số các số phức  $z$  thỏa hệ thức:  $|z^2 + \bar{z}| = 2$  và  $|z| = 2$  là:

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

**Câu 40.** Số phức  $z = 2 - 3i$  có điểm biểu diễn là:

A.  $(2; 3)$

B.  $(2; -3)$

C.  $(-2; -3)$

D.  $(-2; 3)$

**Câu 41.** Số phức  $z = 2 - 3i$  có điểm biểu diễn là:

A.  $(-2; 3)$

B.  $(2; 3)$

C.  $(-2; -3)$

D.  $(2; -3)$

**Câu 42.** Số các số phức  $z$  thỏa hệ thức:  $|z^2 + \bar{z}| = 2$  và  $|z| = 2$  là:

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

**Câu 43.** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2 - 3i}$  là:

A.  $(3; -2)$

B.  $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$

C.  $(2; -3)$

D.  $(4; -1)$

**Câu 44.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z^2$  là số ảo là:

A. Trục ảo

B. 2 đường phân giác  $y = x$  và  $y = -x$  của các trục tọa độ

C. Trục hoành

D. Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất

**Câu 45.** Phương trình  $z^2 - 2z + b = 0$  có 2 nghiệm phức được biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi hai điểm  $A$  và  $B$ . Tam giác  $OAB$  (với  $O$  là gốc tọa độ) đều thì số thực  $b$  bằng:

A. A, B, C đều sai

B. 3

C. 2

D. 4

**Câu 46.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3 + 4i| = 2$  và  $w = 2z + 1 - i$ . Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R$  là

A.  $I(3; -4), R = 2$

B.  $I(4; -5), R = 4$

C.  $I(5; -7), R = 4$

D.  $I(7; -9), R = 4$

**Câu 47.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện phần thực bằng 3 lần phần ảo của nó là một

- A. Parabol                      B. Đường tròn                      C. Đường thẳng                      D. Elip

**Câu 48.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

- A.  $(-6;7)$                       B.  $(-6;-7)$                       C.  $(6;7)$                       D.  $(6;-7)$

**Câu 49.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|\bar{z} - (4 + 3i)| = 2$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R$

- A.  $I(4;3), R=2$                       B.  $I(4;-3), R=4$                       C.  $I(-4;3), R=4$                       D.  $I(4;-3), R=2$

**Câu 50.** Điểm biểu diễn của các số phức  $z = 3 + bi$  với  $b \in \mathbb{R}$ , nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A.  $x = 3$                       B.  $y = 3$                       C.  $y = x$                       D.  $y = x + 3$

**Câu 51.** Điểm biểu diễn của các số phức  $z = a + ai$  với  $a \in \mathbb{R}$ , nằm trên đường thẳng có phương trình là:

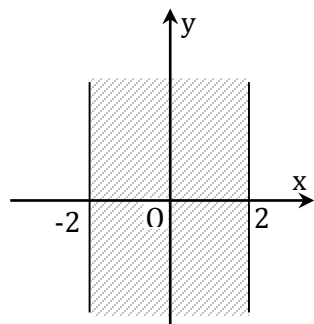
- A.  $y = x$                       B.  $y = 2x$                       C.  $y = 3x$                       D.  $y = 4x$

**Câu 52.** Cho số phức  $z = a - ai$  với  $a \in \mathbb{R}$ , điểm biểu diễn của số phức đối của  $z$  nằm trên đường thẳng có phương trình là:

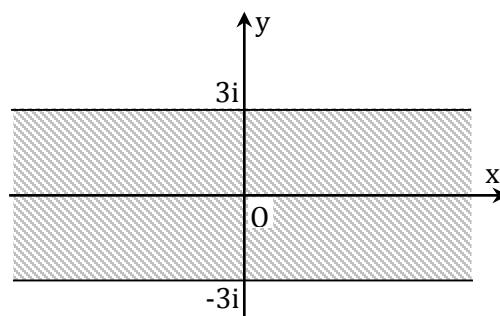
- A.  $y = 2x$                       B.  $y = -2x$                       C.  $y = x$                       D.  $y = -x$

**Câu 53.** Cho số phức  $z = a + a^2i$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Khi đó điểm biểu diễn của số phức liên hợp của  $z$  nằm trên:

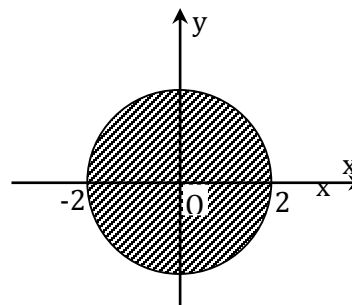
- A. Đường thẳng  $y = 2x$                       B. Đường thẳng  $y = -x + 1$   
 C. Parabol  $y = x^2$                       D. Parabol  $y = -x^2$



(Hình 1)



(Hình 2)



(Hình 3)

**Câu 54.** Cho hai số phức  $z = a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Để điểm biểu diễn của  $z$  nằm trong dải  $(-2; 2)$  (hình 1) điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $\begin{cases} a \geq 2 \\ b \geq 2 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} a \leq -2 \\ b \leq -2 \end{cases}$

- C.  $-2 < a < 2$  và  $b \in \mathbb{R}$                       D.  $a, b \in (-2; 2)$

**Câu 55.** Cho số phức  $z = a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Để điểm biểu diễn của  $z$  nằm trong dải  $(-3i; 3i)$  (hình 2) điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $\begin{cases} a \geq 3 \\ b \geq 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a \leq -3 \\ b \leq -3 \end{cases}$       C.  $a, b \in (-3; 3)$       D.  $a \in \mathbb{R}$  và  $-3 < b < 3$

**Câu 56.** Cho số phức  $z = a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Để điểm biểu diễn của  $z$  nằm trong hình tròn tâm  $O$  bán kính  $R = 2$  (hình 3) điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $a + b = 4$       B.  $a^2 + b^2 > 4$       C.  $a^2 + b^2 = 4$       D.  $a^2 + b^2 < 4$

**Câu 57.** Giả sử  $A, B$  theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức  $z_1, z_2$ . Khi đó độ dài của vectơ  $\overline{AB}$  bằng:

- A.  $|z_1| - |z_2|$       B.  $|z_1| + |z_2|$       C.  $|z_2 - z_1|$       D.  $|z_2 + z_1|$

**Câu 58.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $|z - i| = 1$  là:

- A. Một đường thẳng      B. Một đường tròn      C. Một đoạn thẳng      D. Một hình vuông

**Câu 59.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $|z - 1 + 2i| = 4$  là:

- A. Một đường thẳng      B. Một đường tròn      C. Một đoạn thẳng      D. Một hình vuông

**Câu 60.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $z^2$  là một số thực âm là:

- A. Trục hoành (trừ gốc toạ độ  $O$ )      B. Trục tung (trừ gốc toạ độ  $O$ )  
C. Đường thẳng  $y = x$  (trừ gốc toạ độ  $O$ )      D. Đường thẳng  $y = -x$  (trừ gốc toạ độ  $O$ )

**Câu 61.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $z^2$  là một số ảo là:

- A. Trục hoành (trừ gốc toạ độ  $O$ )      B. Trục tung (trừ gốc toạ độ  $O$ )  
C. Hai đường thẳng  $y = \pm x$  (trừ gốc toạ độ  $O$ )      D. Đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$

**Câu 62.** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn điều kiện  $z^2 = (\bar{z})^2$  là:

- A. Trục hoành      B. Trục tung  
C. Gồm cả trục hoành và trục tung      D. Đường thẳng  $y = x$

**Câu 63.** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Tập hợp các điểm biểu diễn của  $z$  sao cho  $\frac{z+i}{z-i}$  là một số thực âm là:

- A. Các điểm trên trục hoành với  $-1 < x < 1$       B. Các điểm trên trục tung với  $-1 < y < 1$   
C. Các điểm trên trục hoành với  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$       D. Các điểm trên trục tung với  $\begin{cases} y \leq -1 \\ y \geq 1 \end{cases}$

**Câu 64.** Số phức  $z = (\cos\varphi + i\sin\varphi)^2$  bằng với số phức nào sau đây:

- A.  $\cos\varphi + i\sin\varphi$       B.  $\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi$       C.  $\cos 4\varphi + i\sin 4\varphi$       D.  $\cos 5\varphi + i\sin 5\varphi$

**Câu 65.** Trong mặt phẳng phức, gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 1 + 5i, z_3 = 4 + i$ . Số phức với các điểm biểu diễn  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là một hình bình hành là:

A.  $2 + 3i$

B.  $2 - i$

C.  $2 + 3i$

D.  $3 + 5i$

**Câu 66.** Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $z_1 = (1 - i)(2 + i)$ ,  $z_2 = 1 + 3i$ ,  $z_3 = -1 - 3i$ . Tam giác ABC là:

A. Một tam giác cân (không đều)

B. Một tam giác đều

C. Một tam giác vuông (không cân)

D. Một tam giác vuông cân

**Câu 67.** Cho các số phức  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 3 - 4i$ ,  $z_3 = 1 - i$ . Xét các phát biểu sau

(I) Mô đun của số phức  $z_1$  bằng  $\sqrt{2}$ .

(II) Số phức  $z_3$  có phần ảo bằng 1.

(III) Mô đun của số phức  $z_2$  bằng 5.

(IV) Mô đun của số phức  $z_1$  bằng mô đun của số phức  $z_3$ .

(V) Trong mặt phẳng  $Oxy$ , số phức  $z_3$  được biểu diễn bởi điểm  $M(1;1)$

(VI)  $3z_1 + z_2 - z_3$  là một số thực.

Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng?

A. 2

B. 5

C. 3

D. 4

**Câu 68.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thoả  $|z - 2i| = 3$  là đường tròn tâm I. Tất cả giá trị  $m$  thoả khoảng cách từ I đến d:  $3x + 4y - m = 0$  bằng  $\frac{1}{5}$  là?

A.  $m = 10; m = 14$

B.  $m = 10; m = 12$

C.  $m = 10; m = 11$

D.  $m = 12; m = 13$

**Câu 69.** Trong mặt phẳng phức, cho 3 điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho 3 số phức

$z_1 = 1 + i; z_2 = (1 + i)^2; z_3 = a - i; (a \in \mathbb{R})$ . Để tam giác ABC vuông tại B thì  $a = ?$

A. -3

B. -2

C. 3

D. -4

**Câu 70.** Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn  $|z - 5i| + |z + 5i| = 10$  là:

A. Đường tròn

B. Đường elip

C. Đường thẳng

D. Đường parabol

**Câu 71.** Giả sử  $M(z)$  là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z$ . Tìm tập hợp các điểm  $M(z)$  thoả mãn điều kiện:  $|z - 1 + i| = 2$

A. Đáp án khác

B.  $(x+1)^2 + (y + 1)^2 = 4$

C.  $(x-1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

D.  $(x-1)^2 + (y + 1)^2 = 4$

**Câu 72.** Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức  $z_1 = 1 + 5i; z_2 = 3 - i; z_3 = 6$ . M, N, P là 3 đỉnh của tam giác có tính chất:

A. Vuông                      B. Vuông cân                      C. Cân                      D. Đều

**Câu 73.** Gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức  $z_1 = 7 - 3i$ ;  $z_2 = 8 + 4i$ ;  $z_3 = 1 + 5i$ ;  $z_4 = -2i$ . Chọn kết luận đúng nhất:

A. ABCD là hình bình hành.                      B. ABCD là hình vuông.  
C. ABCD là hình chữ nhật.                      D. ABCD là hình thoi.

**Câu 74.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn các số phức

$z_1 = 2 - i$ ,  $z_2 = -5i$ ,  $z_3 = 3 - 2i$ ,  $z_4 = -1 - 2i$ . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A                      B. Điểm  $M(1;2)$  là trung điểm của đoạn thẳng CD.  
C. Tam giác ABC cân tại B.                      D. Bốn điểm A, B, C, D nội tiếp được đường tròn.

**Câu 75.** Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức  $z_1 = -1 + 3i$ ;  $z_2 = -3 - 2i$ ;  $z_3 = 4 + i$ . Chọn kết luận đúng nhất:

A. Tam giác ABC cân.                      B. Tam giác ABC vuông cân.  
C. Tam giác ABC vuông.                      D. Tam giác ABC đều.

**Câu 76.** Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa điều kiện:  $|z + 1 - i| = |z + 3 - 2i|$  là:

A. Đường thẳng                      B. Elip                      C. Đoạn thẳng                      D. Đường tròn

**Câu 77.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn  $|z - (3 - 4i)| = 2$  trong mặt phẳng Oxy là:

A. Đường thẳng  $2x + y + 1 = 0$                       B. Đường tròn  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$   
C. B và C đều đúng.                      D. Đường tròn  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0$

**Câu 78.** Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thỏa  $|z + 3 - 2i| = 4$  là

A. Đường tròn tâm I(-3;2), bán kính R = 4.                      B. Đường tròn tâm I(3;-2), bán kính R = 16.  
C. Đường tròn tâm I(3;-2), bán kính R = 4.                      D. Đường tròn tâm I(-3;2), bán kính R = 16.

**Câu 79.** Xét các điểm A,B,C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn lần lượt các số phức

$$z_1 = \frac{4i}{i-1}, z_2 = (1-i)(1+2i), z_3 = \frac{2+6i}{3-i}$$

Nhận xét nào sau đây là đúng nhất

A. Ba điểm A,B,C thẳng hàng                      B. Tam giác ABC là tam giác vuông  
C. Tam giác ABC là tam giác cân                      D. Tam giác ABC là tam giác vuông cân

**Câu 80.** Cho số phức  $z=1+bi$ , khi b thay đổi tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ là

A. Đường thẳng  $y=b=0$                       B. Đường thẳng  $x-1=0$

C. Đường thẳng  $bx+y-1=0$

D. Đường thẳng  $x-y-b=0$

**Câu 81.** Cho các điểm A, B, C, D, M, N, P nằm trong mặt phẳng phức lần lượt biểu diễn các số phức  $1+3i, -2+2i, -4-2i, 1-7i, -3+4i, 1-3i, -3+2i$  Nhận xét nào sau đây là sai

A. Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp

B. Hai tam giác ABC và MNP là hai tam giác đồng dạng

C. Hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm

D. A và N là hai điểm đối xứng nhau qua trục Ox

**Câu 82.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây là không đúng

A. Tập hợp số thực là tập con của số phức

B. Nếu tổng của hai số phức là số thực thì cả hai số ấy đều là số thực

C. Hai số phức đối nhau có hình biểu diễn là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O

D. Hai số phức liên hợp có hình biểu diễn là hai điểm đối xứng nhau qua Ox

nhất và góc phần tư thứ ba

D. Hiệu hai số phức liên hợp là một số thuần ảo

**Câu 83.** Tọa độ điểm M biểu diễn cho số phức  $z = \sqrt{3} + i$

A.  $M(\sqrt{3}; i)$

B.  $M(\sqrt{3}; 0)$

C.  $M(0; \sqrt{3})$

D.  $M(\sqrt{3}; 1)$

**Câu 84.** Cho A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn số phức  $Z_1, Z_2, Z_3$  thỏa

$|Z_1| = |Z_2| = |Z_3|$  Mệnh đề nào sau đây là đúng

A. O là trọng tâm tam giác ABC

B. O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

C. Tam giác ABC là tam giác đều

D. Trọng tâm tam giác ABC là điểm biểu diễn số phức  $Z_1 + Z_2 + Z_3$

**Câu 85.** Gọi M là điểm biểu diễn của số phức  $z = a + bi$  trong mặt phẳng phức (Còn gọi là mặt phẳng Gauss). Khi đó khoảng cách OP bằng:

A. Môđun của  $a + bi$

B.  $\sqrt{a^2 - b^2}$

C.  $|a + b|$

D.  $|a^2 - b^2|$

**Câu 86.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện  $|z - i| + |z + i| = 4$  là một:

A. Đường tròn

B. Đường Hypebol

C. Đường elip

D. Hình tròn

**Câu 87.** Tập hợp các số phức  $w = (1 + i)z + 1$  với z là số phức thỏa mãn  $|z - 1| \leq 1$  là hình tròn có diện tích là



A.  $\pi$ B.  $3\pi$ C.  $4\pi$ D.  $2\pi$ 

**Câu 88.** Cho số phức  $z = a + a^2i$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Khi đó điểm biểu diễn của số phức liên hợp của  $z$  nằm trên:

A. Đường thẳng  $y = -x + 1$ B. Parabol  $y = -x^2$ C. Đường thẳng  $y = 2x$ D. Parabol  $y = x^2$ 

**Câu 89.** Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thoả mãn  $|z + 2| = |i - z|$

A.  $4x - 2y - 3 = 0$ B.  $4x - 2y + 3 = 0$ C.  $4x + 2y + 3 = 0$ D.  $4x + 2y - 3 = 0$ 

**Câu 90.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thoả mãn  $|z + 1 - i| = 2$  là

A. Đường tròn tâm  $(1; 2)$ , bán kính  $R = 1$ .B. Đường tròn tâm  $(-1; 1)$ , bán kính  $R = 2$ .C. Đường tròn tâm  $(1; -1)$ , bán kính  $R = 2$ .D. Đường thẳng  $x - y = 2$ 

**Câu 91.** Trong mặt phẳng Oxy, tập hợp tất các điểm biểu diễn số phức  $z$  thoả điều kiện:  $|z - (3 - 4i)| = 2$  có dạng

A.  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ B.  $2x + 3y + 4 = 0$ C.  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$ D.  $2x - 3y + 4 = 0$ 

**Câu 92.** Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức  $z$  thoả mãn  $|z - i| = |(1 + i)z|$  là đường tròn có phương trình

A.  $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ B.  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$ C.  $x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$ D.  $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ 

**Câu 93.** Cho biết có hai số phức  $z$  thoả mãn  $|z| = \sqrt{5}$  và có phần thực bằng hai lần phần ảo. Hai điểm biểu diễn của hai số phức đó:

A. Đối xứng nhau qua trục thực

B. Cùng với gốc tọa độ tạo thành một tam giác vuông

C. Đối xứng nhau qua trục ảo.

D. Đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**Câu 94.** Số phức  $z$  thoả mãn  $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$  có điểm biểu diễn M, thì

A. M nằm trong góc phần tư thứ nhất

B. M nằm trong góc phần tư thứ hai.

C. M nằm trong góc phần tư thứ ba

D. M nằm trong góc phần tư thứ tư.

**Câu 95.** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $|z - 1| = |z - 2 + 3i|$ . Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  là:

A. Đường tròn tâm  $I(1; 2)$  bán kính  $R = 1$ B. Đường thẳng có phương trình  $x - 5y - 6 = 0$ C. Đường thẳng có phương trình  $2x - 6y + 12 = 0$ D. Đường thẳng có phương trình  $x - 3y - 6 = 0$

**Câu 96.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  biết  $z$  thỏa mãn:  $\left| \frac{z+2-3i}{\bar{z}-4+i} \right| = 1$  là:

- A. Đường tròn tâm  $I(-2;3)$  bán kính  $r=1$       B. Đường thẳng:  $3x-y-1=0$   
 C. Đường thẳng:  $3x+y-1=0$       D. Đường tròn tâm  $I(-4;1)$  bán kính  $r=1$

**Câu 97.** Trong mặt phẳng Oxy, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|\bar{z}-3+2i|=|z-1-3i|$  là:

- A. Một Hyperbol      B. Một đường tròn.      C. Một parabol      D. Một đường thẳng

**Câu 98.** Cho các nhận định sau (giả sử các biểu thức đều có nghĩa):

- 1) Số phức và số phức liên hợp của nó có mô đun bằng nhau
- 2) Với  $z=2-3i$  thì mô đun của  $z$  là:  $|z|=2+3i$
- 3) Số phức  $z$  là số thuần ảo khi và chỉ khi  $z=-\bar{z}$
- 4) Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+z+1|=2$  là một đường tròn.
- 5) Phương trình:  $z^3+3zi+1=0$  có tối đa 3 nghiệm.

Số nhận định đúng là:

- A. 4      B. 2      C. 3      D. 5

**Câu 99.** Trong mặt phẳng phức tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z = x + yi$  thỏa mãn

$$|z-i| = |\bar{z}-3i+2| \text{ là}$$

- A. Đường tròn  $C$  tâm  $I(0;1)$ , bán kính  $R = \sqrt{3}$ .  
 B. Đường thẳng D:  $x+2y+3=0$   
 C. Đường tròn  $C$  tâm  $I(-2;-3)$ , bán kính  $R=3$ .  
 D. Đường thẳng D:  $y=0$ .

**Câu 100.** Cho các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự được biểu diễn bởi các số:

$1+i; 2+4i; 6+5i$ . Tìm số phức biểu diễn điểm D sao cho tứ giác ABDC là hình bình hành:

- A.  $-3$       B.  $7+8i$       C.  $-3+8i$       D.  $5+2i$

**Câu 101.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 2$  là:

- A. bán kính  $I\left(0; \frac{4}{3}\right)$  bán kính  $r = \frac{2}{3}$       B. bán kính  $I(1;0)$  bán kính  $r = \frac{1}{3}$

- C. Đường tròn  $I(0;1)$  bán kính  $r = \frac{2}{3}$       D. bán kính  $I\left(0; \frac{4}{3}\right)$  bán kính  $r = \frac{1}{3}$

**Câu 102.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn các điều kiện sau đây, tập hợp nào là hình tròn:

- A.  $|3-i+z| \leq |z-2|$       B.  $|z-1+i| = |\bar{z}|$       C.  $|z-2i| \leq |3-i|$  ..      D.  $|z-1+i| = 2$

**Câu 103.** Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức  $\frac{4i}{i-1}$ ,  $(1-i)(2i+1)$ ,  $\frac{2+6i}{3-i}$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Tam giác ABC có diện tích bằng 2      B. Tam giác ABC đều  
C. Tam giác ABC vuông cân      D. Tam giác ABC có chu vi bằng 4

**Câu 104.** Trong mặt phẳng Oxy, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|\bar{z}-3+2i|=5$  là:

- A. Đường tròn tâm  $I(-3;2)$  bán kính bằng 5      B. Đường tròn tâm  $I(3;-2)$  bán kính bằng 5  
C. Đường tròn tâm  $I(-3;-2)$  bán kính bằng 5      D. Đường tròn tâm  $I(3;2)$  bán kính bằng 5

**Câu 105.** Giả sử  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$  và A, B là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A.  $(0,1)$       B.  $(0,-1)$       C.  $(1,1)$       D.  $(1,0)$

**Câu 106.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|\bar{z}-3+4i| \leq 2$ . Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $z$  là:

- A. Đường tròn tâm  $I(3; 4)$  bán kính  $R=2$       B. Đường tròn tâm  $I(3; -4)$  bán kính  $R=2$   
C. Hình tròn tâm  $I(3; -4)$  bán kính  $R=2$       D. Hình tròn tâm  $I(3; 4)$  bán kính  $R=2$

**Câu 107.** Cho A, B, M lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức  $-4; 4i; x+3i$ . Với giá trị thực nào của  $x$  thì A, B, M thẳng hàng :

- A.  $x = 1$       B.  $x = -1$       C.  $x = -2$       D.  $x = 2$

**Câu 108.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2$  là số ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là:

- A. Đường thẳng      B. Parabôn      C. Elip      D. Đường tròn

**Câu 109.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Giả sử điểm M biểu diễn số phức  $z$ , điểm N biểu diễn số phức  $\bar{z}$ . Khi đó:

- A. Hai điểm M,N đối xứng nhau qua trục Oy  
B. Hai điểm M,N đối xứng nhau qua trục Ox.  
C. Hai điểm M,N đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Tất cả đều sai.

**Câu 110.** Trong mặt phẳng phức, cho 3 điểm A, B, C biểu diễn các số phức  $z = 1 + 4i$ ,  $z = 2 + i$ ,  $z = 4 + i$ . Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác A, B, C biểu diễn số phức nào?

- A.  $z = 2 - 3i$       B.  $z = 3 + 3i$       C.  $z = 2 + 3i$       D.  $z = 4 + i$

**Câu 111.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Điểm A(-1;3) biểu diễn số phức:

- A.  $z = -1 - 3i$       B.  $z = -1 + 3i$       C.  $z = 1 - 3i$       D.  $z = 1 + 3i$

**Câu 112.** Cho A, B, M lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức  $-4$ ;  $4i$ ;  $x + 3i$ . Với giá trị thực nào của x thì A, B, M thẳng hàng?

- A.  $x = -2$       B.  $x = 1$       C.  $x = -1$       D.  $x = 2$

**Câu 113.** Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - 3i$ ,  $z_3 = 5 + 4i$ . Chu vi của tam giác ABC là :

- A.  $\sqrt{26} + 2\sqrt{2} + \sqrt{58}$       B.  $\sqrt{26} + \sqrt{2} + \sqrt{58}$       C.  $\sqrt{22} + 2\sqrt{2} + \sqrt{56}$       D.  $\sqrt{22} + \sqrt{2} + \sqrt{58}$

**Câu 114.** Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng Oxy biết  $(1+i)z$  là số thực là :

- A. Trục Ox      B. Trục Oy  
C. Đường thẳng  $y = x$       D. Đường thẳng  $y = -x$

**Câu 115.** Gọi A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức  $z_1 = \frac{4i}{-1+i}$ ,  $z_2 = (1-i)(1+2i)$ ,  $z_3 = \frac{2+6i}{3-i}$ . Khi đó, mệnh đề nào dưới đây là đúng.

- A. A, B, C thẳng hàng      B.  $\Delta ABC$  là tam giác tù  
C.  $\Delta ABC$  là tam giác đều      D.  $\Delta ABC$  là tam giác vuông cân

**Câu 116.** Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện:  $|z-2|+|z+2|=5$  có dạng là:

- A.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$       B.  $x^2 + y^2 = 9$       C.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$       D.  $x^2 + y^2 = 16$

**Câu 117.** Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z thỏa mãn  $|z| < 4$  là

- A. Đường tròn  
B. Đường thẳng  
C. Phần bên trong đường tròn có tâm là O và có bán kính R=4

D. Đường hypebol

**Câu 118.** Cho số phức  $w = iz + 1$  với  $|z - 1 + 2i| = \sqrt{2}$ . Khi đó tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức  $w$  trên mặt phẳng Oxy là :

A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$

B.  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$

C.  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 2$

D.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 2$

**Câu 119.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z-2| + |z+2| = 10$  là:

A. Parabol

B. Hình tròn

C. Đường thẳng

D. Elip

**Câu 120.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

A. (6;7)

B. (6;-7)

C. (-6;-7)

D. (-6;7)

**Câu 121.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  trên mặt phẳng phức sao cho  $(z-1)(\bar{z}-i)$  là số thực.

A. Đường thẳng  $x - y + 1 = 0$

B. Đường tròn  $x^2 + y^2 - x - y = 0$

C. Đường tròn  $x^2 + y^2 - x + y = 0$

D. Đường thẳng  $-x + y + 1 = 0$

**Câu 122.** Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức

$z_1 = (1-i)(2+i)$ ,  $z_2 = 1+3i$ ,  $z_3 = -1-3i$ . Tam giác ABC là:

A. Một tam giác đều.

B. Một tam giác vuông (không cân).

C. Một tam giác vuông cân.

D. Một tam giác cân (không đều).

**Câu 123.** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Số phức  $z = a + bi = 0$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

B. Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bởi điểm M(a; b) trong mặt phẳng phức Oxy.

C. Số phức  $z = a + bi$  có môđun là  $\sqrt{a^2 + b^2}$

D. Số phức  $z = a + bi$  có số phức đối  $z' = a - bi$

**Câu 124.** Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $1 - i$ ,  $5 + 4i$ ,  $3 + i$ . Tìm số phức  $z$  biểu diễn bởi điểm Q sao cho MNPQ là hình bình hành

A.  $6i - 7$

B.  $7 + 6i$

C.  $6 - 7i$

D.  $6 + 7i$

**Câu 125.** Cho số phức  $z = a + bi$ ,  $a, b \in R$  và các mệnh đề sau:

1) Điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là  $M(a; b)$ .

2) Phần thực của số phức  $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$  là  $a$ .

3) Môđul của số phức  $2z + \bar{z}$  là  $\sqrt{9a^2 + b^2}$

4)  $|z| < |\bar{z}|$

A. Số mệnh đề đúng là 2

B. Số mệnh đề đúng là 1

C. Số mệnh đề sai là 1

D. Cả 4 đều đúng

**Câu 126.** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Số phức  $z = a + bi$  có số phức đối  $z' = a - bi$

B. Số phức  $z = a + bi$  có môđun là  $\sqrt{a^2 + b^2}$

C. Số phức  $z = a + bi$  biểu diễn điểm  $M(a; b)$  trong trong mặt phẳng phức Oxy

D. Số phức  $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

**Câu 127.** Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  trên mặt phẳng phức sao cho  $\frac{1}{z-i}$  là số thuần ảo.

A. Trục hoành, bỏ điểm  $(-1; 0)$

B. Đường thẳng  $x = -1$ , bỏ điểm  $(-1; 0)$

C. Đường thẳng  $y = 1$ , bỏ điểm  $(0; 1)$ .

D. Trục tung, bỏ điểm  $(0; 1)$

**Câu 128.** Trong mặt phẳng phức Oxy, cho ba điểm  $A, B, C$  biểu diễn cho 3 số phức

$z_1 = 3 + i, z_2 = -2 + 3i, z_3 = -1 + 2i$ . Xác định độ lớn của số phức biểu diễn trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$

A. 1

B. 5

C. 2

D. 3

**Câu 129.** Mệnh đề nào sau đây sai.

A.  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$

B.  $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

C. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z| = 1$  là đường tròn tâm  $O$ , bán

kính  $R = 1$

D. Hai số phức bằng nhau khi và chỉ khi phần thực và phần ảo tương ứng bằng nhau

**Câu 130.** Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn  $|2 + z| = |i - z|$  là

A.  $2x - 4y - 3 = 0$

B.  $2x + 4y - 3 = 0$

C.  $4x + 2y + 3 = 0$

D.  $4x + y + 3 = 0$

**Câu 131.** Điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z = (\sqrt{2} + i)^2 + (\sqrt{2} - i)^2$  có tọa độ là:

A.  $M(\sqrt{2}, 1)$

B.  $M(0; 2)$

C.  $M(2; 0)$

D.  $(\sqrt{2}, -1)$

**Câu 132.** Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1-i| \leq 1$  là

- A. Đường tròn tâm  $I(-1,1)$ , bán kính  $R=1$
- B. Đường tròn tâm  $I(-1,-1)$ , bán kính  $R=1$
- C. Hình tròn tâm  $I(-1,1)$ , bán kính  $R=1$
- D. Hình tròn tâm  $I(1,-1)$ , bán kính  $R=1$

**Câu 133.** Trong mặt phẳng phức cho tam giác ABC vuông tại C, Biết rằng A, B lần lượt biểu diễn các số phức:  $z_1 = -2+4i, z_2 = 2-2i$ . Khi đó, C biểu diễn số phức:

- A.  $z = 2 + 4i$
- B.  $z = -2 - 2i$
- C.  $z = -2 + 2i$
- D.  $z = 2 - 4i$

**Câu 134.** Cho các số phức:  $z_1 = 1+3i; z_2 = -2+2i; z_3 = -1-i$  được biểu diễn lần lượt bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng. Gọi M là điểm thỏa mãn:  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ . Khi đó điểm M biểu diễn số phức:

- A.  $z = 6i$
- B.  $z = -6i$
- C.  $z = 2$
- D.  $z = -2$

**Câu 135.** Trong mặt phẳng phức cho hai điểm  $A(4; 0), B(0; -3)$ . Điểm C thỏa mãn:  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ . Khi đó điểm C biểu diễn số phức:

- A.  $z = -3 - 4i$
- B.  $z = 4 - 3i$
- C.  $z = -3 + 4i$
- D.  $z = 4 + 3i$

**Câu 136.** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A biểu diễn số phức  $z_1 = 1+2i$ , B là điểm thuộc đường thẳng  $y = 2$  sao cho tam giác OAB cân tại O. B biểu diễn số phức nào sau đây:

- A.  $z = -1 + 2i$
- B.  $z = 1 - 2i$
- C.  $z = 2 - i$
- D.  $z = 3 + 2i$

**Câu 137.** Cho 3 số phức  $i, 2-3i, -3+4i$  có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là A, B, C, Tìm số phức biểu diễn trọng tâm G của tam giác ABC.

- A.  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$
- B.  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$
- C.  $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$
- D.  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$

**Câu 138.** Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-2+5i|=4$  là:

- A. Đường tròn tâm  $(-2;5)$  và bán kính bằng 2.
- B. Đường tròn tâm  $(2;-5)$  và bán kính bằng 2.
- C. Đường tròn tâm O và bán kính bằng 2.
- D. Đường tròn tâm  $(2;-5)$  và bán kính bằng 4.

**Câu 139.** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2-3i}$  là:

- A.  $(2; -3)$       B.  $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$       C.  $(3; -2)$       D.  $(4; -1)$

**Câu 140.** Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $1 + i$ ,  $2 + 3i$ ,  $1 - 2i$ . Số phức  $z$  biểu diễn bởi điểm Q sao cho  $\overline{MN} + 3\overline{MQ} = \vec{0}$  là:

- A.  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$       B.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$       C.  $-\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$       D.  $-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$

**Câu 141.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-3|=|3-4i|$  là:

- A. Đường tròn      B. Đường thẳng      C. Đoạn thẳng      D. Một điểm

**Câu 142.** Cho  $z$  là số phức khác 0 thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{1}{z}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng

- A.  $z$  là số thực      B.  $z$  có mô đun bằng -1  
C.  $z$  là số thuần ảo      D.  $z$  có điểm biểu diễn nằm trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$

**Câu 143.** Số phức  $z = 2 - 3i$  có điểm biểu diễn là:

- A.  $(-2; -3)$       B.  $(2; -3)$       C.  $(2; 3)$       D.  $(-2; 3)$

**Câu 144.** Xét các câu sau:

- Nếu  $z = \bar{z}$  thì  $z$  là một số thực
- Mô đun của một số phức  $z$  bằng khoảng cách OM, với M là điểm biểu diễn  $z$ .
- Mô đun của một số phức  $z$  bằng số  $\sqrt{z \cdot \bar{z}}$

Trong 3 câu trên:

- A. Cả ba câu đều đúng      B. Chỉ có 1 câu đúng  
C. Cả ba câu đều sai      D. Chỉ có 2 câu đúng

## CHỦ ĐỀ 5. BÀI TOÁN GTNN-GTLN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Bài toán:** Cho số phức  $z = a + bi$  thỏa mãn điều kiện G nào đó. Tìm số phức  $z$  có mô đun nhỏ nhất, lớn nhất.

**Trường hợp 1:** giả thiết G có dạng  $ma + nb = k$ . Ta rút a theo b (hoặc b theo a) sau đó ta sử dụng phương pháp nhóm tổng bình phương.

**Ví dụ 1.** Biết rằng số phức  $z$  thỏa mãn  $u = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$  là một số thực. Tìm GTNN của  $|z|$ .

**Lời giải:** Giả sử  $z = a + ib$ , ta có:  $u = (a + 3 + (b - 1)i)(a + 1 - (b - 3)i) = a^2 + b^2 + 4a - 4b + 6 + 2(a - b - 4)i$

$u \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a - b - 4 = 0 \Leftrightarrow a = b + 4$ . Khi đó:  $|z| \min \Leftrightarrow |z|^2 \min$

$|z|^2 = a^2 + b^2 = (b + 4)^2 + b^2 = 2b^2 + 8b + 16 = 2(b + 2)^2 + 8 \geq 8$



Dấu = xảy ra khi  $b = -2 \Rightarrow a = 2$ . Vậy  $|z|_{\min} \Leftrightarrow z = 2 - 2i$

**Ví dụ 2.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$ . Tìm GTNN của  $|z|$ .

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} |a + bi + i + 1| &= |a - bi - 2i| \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2 \\ \Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 + b^2 + 2b + 1 &= a^2 + b^2 + 4b + 4 \Leftrightarrow 2a - 2b - 2 = 0 \Rightarrow a - b = 1 \Rightarrow a = 1 + b \\ \Rightarrow a^2 + b^2 &= (b+1)^2 + b^2 = 2b^2 + 2b + 1 \geq \frac{1}{2} \\ \Rightarrow |z| &\geq \sqrt{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}; b = \frac{-1}{2}. \text{ Vậy } \text{Min}|z| = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

**Trường hợp 2:** Giả thiết G có dạng  $(x+a)^2 + (y+b)^2 = k^2$

Bài toán: Tìm GTNN, GTLN của  $S = A \sin mx + B \cos nx + C$

Ta có  $S = \sqrt{A^2 + B^2} \left( \sin mx \cdot \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} + \cos mx \cdot \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) + C$

Đặt  $\begin{cases} \cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ \sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{cases}$ . Khi đó  $S = \sqrt{A^2 + B^2} (\sin mx \cdot \cos \varphi + \cos mx \cdot \sin \varphi) + C$

Do đó  $\text{Min}S = -\sqrt{A^2 + B^2} + C \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{2m} - \frac{\varphi}{m} + \frac{k2\pi}{m}$

$\text{Max}S = \sqrt{A^2 + B^2} + C \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2m} - \frac{\varphi}{m} + \frac{k2\pi}{m}$

Vì thế ở trường hợp 2 để tìm GTNN, GTLN của  $|z|$  ta đặt  $\begin{cases} x + a = k \sin \varphi \\ y + b = k \cos \varphi \end{cases}$

Sau đó ta làm tương tự như bài toán trên.

**Ví dụ 3.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z - 3 + 4i| = 4$ . Tìm GTNN của  $|z|$ .

**Lời giải**

Giả sử  $z = a + bi$ , ta có:  $|a + bi - 3 + 4i| = 4 \Rightarrow (a-3)^2 + (b+4)^2 = 16$

Đặt  $\begin{cases} a - 3 = 4 \sin \varphi \\ b + 4 = 4 \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + 4 \sin \varphi \\ b = 4 \cos \varphi - 4 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |z|^2 &= a^2 + b^2 = 9 + 16 \sin^2 \varphi + 24 \sin \varphi + 16 \cos^2 \varphi + 16 - 32 \cos \varphi \\ &= 41 + 24 \sin \varphi - 32 \cos \varphi = 41 + 40 \left( \frac{3}{5} \sin \varphi - \frac{4}{5} \cos \varphi \right) \end{aligned}$$

Đặt  $\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow |z|^2 = a^2 + b^2 = 41 + 40\sin(\varphi - \alpha) \geq 1$ .

Dấu = xảy ra khi  $\varphi - \alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} + \alpha + k2\pi$ . Do đó  $\text{Min}|z| = 1$

Ngoài ra để tìm GTNN, GTLN của  $|z|$  ta có thể sử dụng phương pháp hình học.

**Ví dụ 4.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$ . Tìm GTNN của  $|z_1 - z_2|$ .

**Lời giải:** Giả sử  $M(a; b)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z_1 = a + bi, N(c; d)$  là điểm biểu diễn của số phức

$z_2 = c + di$ . Ta có  $|z_1 + 5| = 5 \Leftrightarrow (a + 5)^2 + b^2 = 25$ . Vậy M thuộc đường tròn (C):  $(x + 5)^2 + y^2 = 25$

$|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i| \Leftrightarrow 8c + 6d = 35$ . Vậy N thuộc đường thẳng  $\Delta: 8x + 6y = 35$ .

Để thấy đường thẳng  $\Delta$  không cắt (C) và  $|z_1 - z_2| = MN$ .

*Bài toán trở thành:* Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C):  $(x + 5)^2 + y^2 = 25$  và đường thẳng

$\Delta: 8x + 6y = 35$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của MN, biết M chạy trên (C), N chạy trên đường thẳng  $\Delta$ .

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với  $\Delta$ . PT đường thẳng d là  $6x - 8y = -30$ .

Gọi H là giao điểm của d và  $\Delta$ . Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 8x + 6y = 35 \\ 6x - 8y = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow H(1; \frac{9}{2})$

Gọi K, L là giao điểm của d với đường tròn (C). Tọa độ K, L là nghiệm của hệ

$\begin{cases} (x + 5)^2 + y^2 = 25 \\ 6x - 8y = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; y = 3 \\ x = -9; y = -3 \end{cases}$ . Vậy  $K(-1; 3), L(-9; -3)$

Tính trực tiếp HK, HL. Suy ra  $\text{Min}MN = \frac{5}{2} \Leftrightarrow M \equiv K, N \equiv H$ . Khi đó  $\text{Min}|z_1 - z_2| = \frac{5}{2}$

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Trong các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$ , số phức có môđun nhỏ nhất là:

- A.  $z = 3 + 4i$       B.  $z = -3 - 4i$       C.  $z = \frac{3}{2} - 2i$       D.  $z = \frac{3}{2} + 2i$

**Câu 2.** Trong các số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{(1+i)}{1-i} z + 2 \right| = 1, z_0$  là số phức có môđun lớn nhất. Môđun của  $z_0$  bằng:

- A. 1      B. 4      C.  $\sqrt{10}$       D. 9

**Câu 3.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z + i - 1| = |\bar{z} - 2i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|z|$  là

- A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 4.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$  là số thực và môđun của  $z$  nhỏ nhất?

- A.  $z=2i$                       B.  $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$                       C.  $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$                       D.  $z = 1 + \frac{1}{2}i$

**Câu 5.** Trong các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ . Tìm số phức  $z$  có môđun bé nhất.

- A.  $z = 2 + i$                       B.  $z = 3 + i$                       C.  $z = 2 + 2i$                       D.  $z = 1 + 3i$

**Câu 6.** Trong các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 3 + 2i| = \frac{3}{2}$ , số phức  $z$  có môđun nhỏ nhất là:

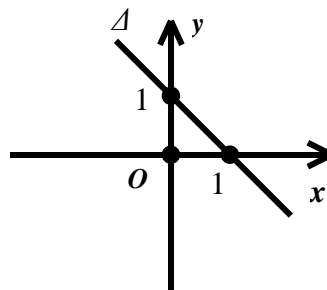
- A.  $z = 2 + \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{78 + 9\sqrt{13}}{26}i$                       B.  $z = 2 - 3i$

- C.  $z = 2 - \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$                       D.  $z = 2 + 3i$

**Câu 7.** Trong số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z + 3i| = |z + 2 - i|$ , số phức  $z$  có môđun bé nhất là:

- A.  $z = 1 - 2i$                       B.  $z = -1 + 2i$                       C.  $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$                       D.  $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

**Câu 8.** Tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức  $z$  là đường thẳng  $\Delta$  như hình vẽ. Giá trị  $|z|$  nhỏ nhất là:



- A. 2                      B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D. 0

**Câu 9.** Cho số phức  $z$  thỏa  $|z - 1 + 2i| = |z|$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất của  $|z|$  là:

- A. 1                      B.  $\sqrt{5}$                       C. 2                      D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

**Câu 10.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 4 + 3i| = 3$ . Số phức  $z$  có môđun nhỏ nhất là:

- A.  $z = \frac{4}{5} + \frac{6}{5}i$                       B.  $z = 3 + \frac{5}{2}i$                       C.  $z = 1 - 4i$                       D.  $z = 2 + 3i$

**Câu 11.** Số phức  $z$  thay đổi sao cho  $|z|=1$  thì giá trị bé nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của  $|z-i|$  là

- A.  $m=0, M=2$       B.  $m=0, M=\sqrt{2}$       C.  $m=0, M=1$       D.  $m=1, M=2$

**Câu 12.** Số phức  $z$  có môđun nhỏ nhất thỏa mãn  $|z-2-4i|=|z-2i|$  là số phức có môđun

- A.  $3\sqrt{2}$       B.  $4\sqrt{2}$       C.  $5\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

## CHỦ ĐỀ 6. DẠNG LƯỢNG GIÁC CỦA SỐ PHỨC VÀ ỨNG DỤNG

### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Định nghĩa:** Xét số phức dạng đại số:  $z = a + bi$

Ta có  $z = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} i \right)$ . Nhận xét  $\left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 + \left( \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 = 1$

Đặt  $\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ;  $\sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ;

Khi đó  $z = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos\varphi + i\sin\varphi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$  (\*) ( $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ )

(\*) Gọi là dạng lượng giác của số phức  $z$ ,  $\varphi$  gọi là một argumen của  $z$ .

Nhận xét: Nếu  $\varphi$  là một argumen của  $z$  thì  $\varphi + k2\pi$  cũng một argumen của  $z$ .

**Tính chất:** Nhân và chia số phức dạng lượng giác. Cho  $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ ;  $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ .

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)] ; \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \Rightarrow z^2 = r^2(\cos 2\varphi + i\sin 2\varphi)$$

$$z^3 = r^3(\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi) \dots \text{Được gọi là công thức Moavơrô.}$$

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

**Ví dụ 1.** Viết số phức sau dạng lượng giác:  $z = \sqrt{3} - i$

**Lời giải:**  $z = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right) = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} i \right) = 2 \left( \cos \frac{-\pi}{6} - i \sin \frac{-\pi}{6} \right)$

**Ví dụ 2.** Tìm argumen của số phức:  $z = 2 \left( \sin \frac{\pi}{5} - i \cos \frac{\pi}{5} \right)$

**Lời giải:**  $z = 2 \left( \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} \right) - i \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} \right) \right) = 2 \left( \cos \frac{3\pi}{10} - i \sin \frac{3\pi}{10} \right) = 2 \left( \cos \left( \frac{-3\pi}{10} \right) + i \sin \left( \frac{-3\pi}{10} \right) \right)$

$\Rightarrow$  argumen của  $z$  là  $\frac{-3\pi}{10} + k2\pi$

**Ví dụ 3.** Cho  $z = 2 + 2i$ . Tìm dạng đại số của  $z^{2012}$

**Lời giải:**  $z = 2\sqrt{2}\left(\frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}}i\right) = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

Áp dụng công thức Moavơrơ ta có:

$$z^{2012} = (2\sqrt{2})^{2012} \cdot \left(\cos\frac{2012\pi}{4} + i\sin\frac{2012\pi}{4}\right) = (2\sqrt{2})^{2012} \cdot (-1 + i \cdot 0) = -(2\sqrt{2})^{2012}$$

**Ví dụ 4.** Viết số phức sau có dạng lượng giác:  $z = 2 - 2i$

**Lời giải:**  $z = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$

**Ví dụ 5.** Tìm argumen của  $z = 2\sqrt{3} - 2i$ .

**Lời giải:**  $z = 2\sqrt{3} - 2i = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 4\left(\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right)$

Vậy argumen của  $z$  là  $\frac{-\pi}{6} + k2\pi$

**Ví dụ 6.** Biết  $z = 1 - i\sqrt{3}$ . Tìm dạng đại số của  $z^{2012}$

**Lời giải:**  $z = 1 - i\sqrt{3} = 2\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 2\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)$

$$z^{2012} = (2\sqrt{2})^{2012} \cdot \left(\cos\frac{2012\pi}{4} + i\sin\frac{2012\pi}{4}\right) = (2\sqrt{2})^{2012} \cdot (-1 + i \cdot 0) = -(2\sqrt{2})^{2012}$$

**Ví dụ 7.** Cho  $z_1 = 1 - i$ ;  $z_2 = 2\sqrt{3} + 2i$ . Tìm dạng đại số của  $z^{20} \cdot z^{15}$

**Lời giải:**  $z_1 = 1 - i = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$

$$z_1^{20} = (\sqrt{2})^{20} \cdot \left(\cos\left(\frac{-20\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-20\pi}{4}\right)\right) = 2^{10} \cdot (-1 + i \cdot 0) = -2^{10}$$

$$z_2 = 2\sqrt{3} + 2i = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow z_2^{15} = 4^{15} \cdot \left(\cos\frac{15\pi}{6} + i\sin\frac{15\pi}{6}\right) = 4^{15} \cdot (0 + i1) = 4^{15}i$$

Suy ra  $z^{20} \cdot z^{15} = -2^{40}i$

**Ví dụ 8.** Tìm argumen của  $z = 2\left(\sin\frac{\pi}{7} - i\cos\frac{\pi}{7}\right)$

**Lời giải:**

$$z = 2\left(\sin \frac{\pi}{7} - i \cos \frac{\pi}{7}\right) = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right) = 2\left(\cos \frac{5\pi}{14} - i \sin \frac{5\pi}{14}\right) = 2\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{14}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{14}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \text{argumen của } z \text{ là } \frac{-5\pi}{14} + k2\pi$$

**Ví dụ 9.** Tìm argumen của  $z = -3\left(\sin \frac{\pi}{5} + i \cos \frac{\pi}{5}\right)$

**Lời giải:**  $z = -3\left(\sin \frac{\pi}{5} + i \cos \frac{\pi}{5}\right) = -3\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right)\right) = -3\left(\cos \frac{3\pi}{10} + i \sin \frac{3\pi}{10}\right)$

$$\Rightarrow \text{argumen của } z \text{ là } \frac{3\pi}{10} + k2\pi$$

**Ví dụ 10. (B-2012)** Gọi  $z_1; z_2$  là 2 nghiệm phức của phương trình:  $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$ ,

viết dạng lượng giác của  $z_1; z_2$ .

**Lời giải:**  $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0, \Delta = 3i^2 + 4 = 4 - 3 = 1; z_1 = \sqrt{3}i - 1; z_2 = \sqrt{3}i + 1$

$$z_1 = 2\left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right); z_2 = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

**Ví dụ 11.** Tính tổng  $S = C_{2012}^0 - C_{2012}^2 + C_{2012}^4 - C_{2012}^6 + \dots - C_{2012}^{2010} + C_{2012}^{2012}$

**Lời giải:** Ta có  $(1+i)^{2012} = C_{2012}^0 + C_{2012}^1 i + C_{2012}^2 i^2 + C_{2012}^3 i^3 + \dots + C_{2012}^{2011} i^{2011} + C_{2012}^{2012} i^{2012}$

$$(1-i)^{2012} = C_{2012}^0 - C_{2012}^1 i + C_{2012}^2 i^2 - C_{2012}^3 i^3 + \dots - C_{2012}^{2011} i^{2011} + C_{2012}^{2012} i^{2012}$$

Suy ra  $(1+i)^{2012} + (1-i)^{2012} = 2(C_{2012}^0 - C_{2012}^2 + C_{2012}^4 + \dots - C_{2012}^{2010} + C_{2012}^{2012}) = 2S$

Mặt khác  $(1+i)^{2012} = [\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})]^{2012} = 2^{1006}(\cos 503\pi + i \sin 503\pi) = -2^{1006}$

$$(1-i)^{2012} = [\sqrt{2}(\cos \frac{-\pi}{4} + i \sin \frac{-\pi}{4})]^{2012} = 2^{1006}(\cos -503\pi + i \sin -503\pi) = -2^{1006}$$

Từ đó  $S = -2^{1006}$

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Cho số phức  $z = 1 - i\sqrt{3}$ . Hãy xác định mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

**A.**  $z$  có một argumen là  $\frac{2\pi}{3}$

**B.**  $|z| = 2$

**C.** A và B đều đúng

**D.**  $z$  có dạng lượng giác là  $z = 2\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$

**Câu 2.** Số phức  $z = -1 + i$  viết dưới dạng lượng giác là:

A.  $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$       B.  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

C.  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$       D.  $z = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

**Câu 3.** Số phức  $z = 8i$  viết dưới dạng lượng giác là:

A.  $z = 8\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$       B.  $z = 8\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

C.  $z = 8(\cos 0 + i\sin 0)$       D.  $z = 8(\cos \pi + i\sin \pi)$

**Câu 4.** Dạng lượng giác của số phức  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$  là:

A.  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$       B.  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

C.  $z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$       D.  $\sqrt{2}\left(\cos\frac{13\pi}{6} + i\sin\frac{13\pi}{6}\right)$

**Câu 5.** Số phức nào dưới đây được viết dưới dạng lượng giác:

A.  $2\left(\sin\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{\pi}{5}\right)$       B.  $\sqrt{3}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

C.  $-2\sqrt{2}\left(\cos\frac{-\pi}{5} + i\sin\frac{-\pi}{5}\right)$       D.  $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$

**Câu 6.** Cho số phức  $z = -1 - i$ . Argumen của  $z$  (sai khác  $k2\pi$ ) bằng:

A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{3\pi}{4}$       C.  $\frac{5\pi}{4}$       D.  $\frac{7\pi}{4}$

**Câu 7.** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \sqrt{2}\left(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ\right)$  có tọa độ là:

A. (1; -1)      B. (-1; 1)      C. (2; 2)      D. (-2; 2)

**Câu 8.** Cho  $z_1 = 3(\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)$ ,  $z_2 = 4(\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ)$ . Tích  $z_1 \cdot z_2$  bằng:

A.  $12(1 - i)$       B.  $6\sqrt{2}(1 + i)$       C.  $3\sqrt{2}(1 - 2i)$       D.  $\sqrt{2}(2 + i)$

**Câu 9.** Cho  $z_1 = 3(\cos 20^\circ + i\sin 20^\circ)$ ,  $z_2 = 2(-\cos 110^\circ + i\sin 110^\circ)$ . Tích  $z_1 \cdot z_2$  bằng:

A.  $6(1 - 2i)$       B.  $4i$       C.  $6i$       D.  $6(1 - i)$

**Câu 10.** Cho  $z_1 = 8(\cos 100^\circ + i\sin 100^\circ)$ ,  $z_2 = 4(\cos 40^\circ + i\sin 40^\circ)$ . Thương  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng:

A.  $1 + i\sqrt{3}$       B.  $2(1 - i\sqrt{3})$       C.  $1 - i\sqrt{3}$       D.  $2(1 + i)$

**Câu 11.** Cho  $z_1 = 4(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)$ ,  $z_2 = -2(\cos 280^\circ + i \sin 280^\circ)$ . Thương  $\frac{z_1}{z_2}$  bằng:

- A.  $2i$                                       B.  $-2i$                                       C.  $2(1 + i)$                                       D.  $2(1 - i)$

**Câu 12.** Cho số phức  $z = \cos \varphi + i \sin \varphi$ . kết luận nào sau đây là đúng:

- A.  $z^n + (\overline{z^n}) = n \cos \varphi$                                       B.  $z^n + (\overline{z^n}) = 2 \cos n\varphi$   
 C.  $z^n + (\overline{z^n}) = 2n \cos \varphi$                                       D.  $z^n + (\overline{z^n}) = 2 \cos \varphi$

**Câu 13.** Dạng lượng giác của  $z = \sqrt{3} + i$

- A.  $\sqrt{3} \left[ \cos \left( \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \right]$                                       B.  $2 \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right]$   
 C.  $\sqrt{3} \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right]$                                       D.  $2 \left[ \cos \left( \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \right]$

**Câu 14.** Nếu số phức  $z \neq 0$  có một argumen là  $\alpha$  thì một argumen của số phức  $iz^2$  là

- A.  $\alpha + \frac{\pi}{2}$                                       B.  $2\alpha + \frac{\pi}{2}$                                       C.  $2\alpha - \frac{\pi}{2}$                                       D.  $\alpha - \frac{\pi}{2}$

**Câu 15.** Cho số phức  $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$  có dạng lượng giác là kết quả nào sau đây?

- A.  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$                                       B.  $\sqrt{2} \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right) \right]$   
 C.  $\cos \left( -\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right)$                                       D.  $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

**Câu 16.** Số phức  $z = 2 - 2i$  có dạng lượng giác là:

- A.  $2\sqrt{2} \left[ \cos \left( \frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left( \frac{3\pi}{4} \right) \right]$                                       B.  $2(\cos \pi + i \sin \pi)$   
 C.  $2\sqrt{2} \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) \right]$                                       D.  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

## CHỦ ĐỀ 7. MỘT SỐ DẠNG TOÁN CHỨNG MINH VỀ SỐ PHỨC

### I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN

**Phương pháp:** Lời giải các bài toán về chứng minh thường dựa trên các tính chất về mô đun và liên hợp của số phức, chú ý rằng nếu các số phức  $z_1, z_2$  có các điểm biểu diễn tương ứng là A, B thì

$OA = |z_1|$ ;  $OB = |z_2|$ ;  $AB = |z_1 - z_2|$ . Từ đó suy ra:

$$+) |z_1| + |z_2| \geq |z_1 - z_2| \qquad +) \left| |z_1| - |z_2| \right| \geq |z_1 - z_2| \qquad +) |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$



**Ví dụ 1.** Giả sử  $z_1, z_2$  là các số phức khác không thỏa mãn  $z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2 = 0$ . gọi A, B là các điểm biểu diễn tương ứng của  $z_1, z_2$ . Chứng minh rằng tam giác OAB đều.

**Lời giải:** Ta có  $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)(z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) = 0$ , suy ra:  $z_1^3 = -z_2^3 \Rightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow OA = OB$ .

Lại có  $(z_1 - z_2)^2 = (z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) - z_1z_2 = -z_1z_2$  nên  $|z_1 - z_2|^2 = |z_1||z_2| \Rightarrow AB^2 = OA \cdot OB = OA^2$

Suy ra  $AB=OA=OB \Rightarrow \Delta OAB$  đều.

**Ví dụ 2.** Cho 3 số phức  $z_1, z_2, z_3$  đều có mô đun bằng 1. Chứng minh rằng:  $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$ .

**Lời giải:** Vì  $|z_1z_2z_3|=1$  nên  $|z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1| = \left| \frac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1z_2z_3} \right| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right|$   
 $= |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3| = \overline{|z_1 + z_2 + z_3|} = |z_1 + z_2 + z_3|$  (Đpcm)

**Ví dụ 3.** Cho số phức  $z \neq 0$  thỏa mãn  $\left| z^3 + \frac{8}{z^3} \right| \leq 9$ . Chứng minh rằng  $\left| z + \frac{2}{z} \right| \leq 3$

**Lời giải:** Đặt  $a = \left| z + \frac{2}{z} \right|$  ( $a \geq 0$ ). Ta có:  $(z + \frac{2}{z})^3 = z^3 + \frac{8}{z^3} + 6(z + \frac{2}{z})$ .

Suy ra:  $a^3 = \left| z^3 + \frac{8}{z^3} \right| + 6 \left| z + \frac{2}{z} \right| \leq 9 + 6a$

Do đó  $a^3 - 6a - 9 \leq 0 \Leftrightarrow (a-3)(a^2 + 3a + 3) \leq 0$

Vì  $a^2 + 3a + 3 > 0$ , nên  $a = \left| z + \frac{2}{z} \right| \leq 3$  (Đpcm).

## II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ . Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + iy$  trên mặt phẳng phức, Để tam giác MNP đều thì số phức k là:

- A.  $k = 1 + \sqrt{27}$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}$       B.  $k = 1 + \sqrt{27}i$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}i$   
 C.  $k = \sqrt{27} - i$  hay  $k = \sqrt{27} + i$       D. Một đáp số khác

**Câu 2.** Gọi M và M' theo thứ tự là các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z \neq 0$  và  $z' = \frac{1+i}{2}z$ . Tam giác OMM' là tam giác gì?

- A. Tam giác vuông      B. Tam giác cân      C. Tam giác vuông cân      D. Tam giác đều

**Câu 3.** Phương trình  $z^2 - 2z + b = 0$  có 2 nghiệm phức được biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi hai điểm A và B. Tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) đều thì số thực b bằng:

- A. A,B,C đều sai      B. 3      C. 2      D. 4

**Câu 4.** Cho  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  và các đẳng thức:

$$|z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2|; \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; |z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|; |z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|.$$

Số đẳng thức đúng trong các đẳng thức trên là

**A.** 1

**B.** 3

**C.** 4

**D.** 2

**Câu 5.** Cho số phức  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Nhận xét nào sau đây luôn đúng?

**A.**  $|z|\sqrt{2} \leq |a| + |b|$     **B.**  $|z|\sqrt{2} \geq |a| + |b|$     **C.**  $|z| \geq \sqrt{2} |a| + |b|$     **D.**  $|z| \leq \sqrt{2} |a| + |b|$